

Ungleich Aufgabe 51

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung für $x \in \mathbb{R}$:

$$4x^3 - 20x^2 < 0$$

$$4x^2(x - 5) < 0,$$

ist dann der Fall, wenn

$$4x^2 > 0 \text{ und}$$

$$x - 5 < 0 \rightarrow x < 5 = D_1$$

$$4x^2 > 0 \text{ gilt für alle } x \in \mathbb{R} \setminus 0 = D_2$$

$$L_1 = D_1 \cap D_2 = -\infty < x < 0 \cup 0 < x < 5$$

oder wenn

$$4x^2 < 0$$

$$x - 5 > 0 \rightarrow x > 5 = D_3$$

$$4x^2 < 0 \text{ gilt für kein } x, \text{ deswegen } D_4 = \emptyset$$

$$L_2 = D_3 \cap D_4 = x > 5 \cap \emptyset = \emptyset$$

$$L = L_1 \cup L_2 = -\infty < x < 0 \cup 0 < x < 5 \cup \emptyset$$

$$\mathbf{L = -\infty < x < 0 \cup 0 < x < 5}$$

andere Überlegung:

Nullstellen von $4x^2(x - 5) = 0$:

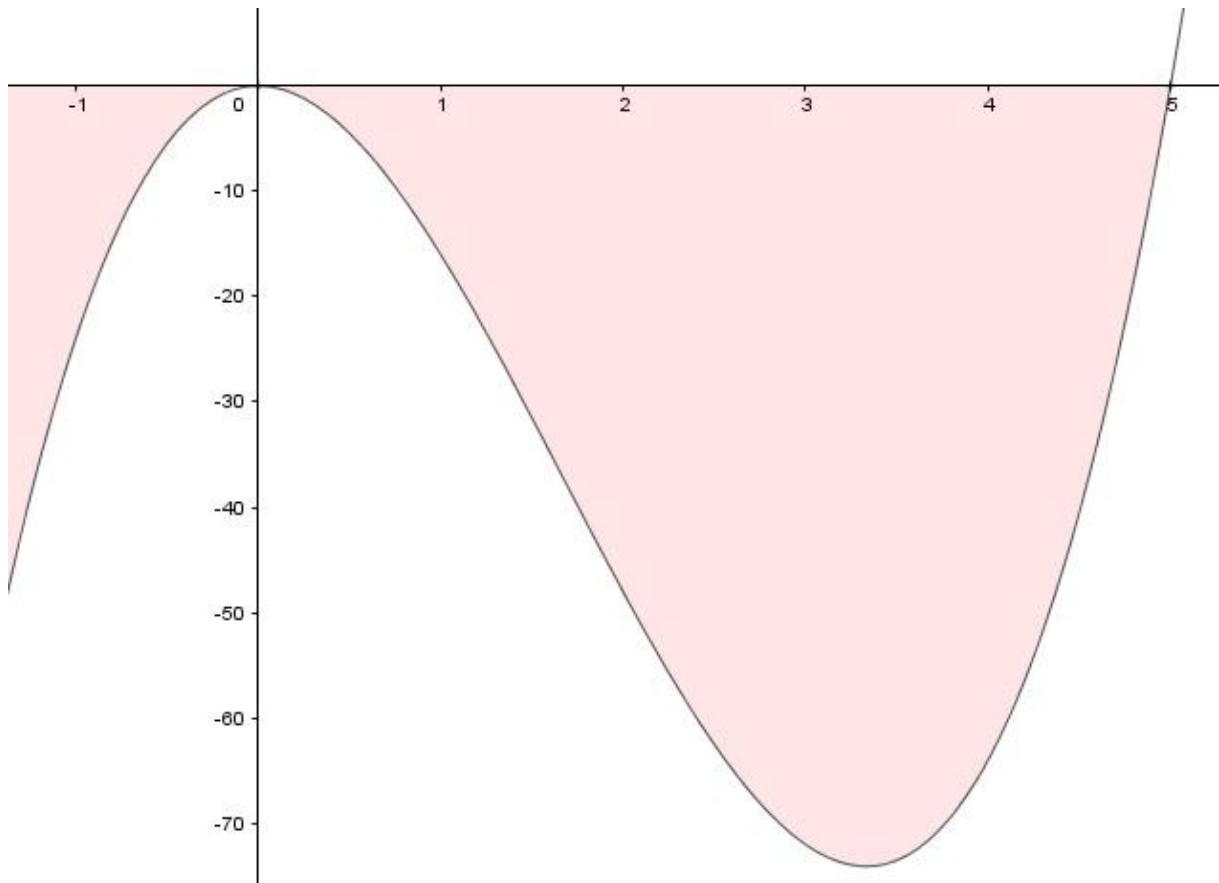
$$4x^2 = 0 \quad | :4$$

$$x^2 = 0$$

$x_{1,2} = 0$, doppelte Nullstelle oder Berührungspunkt

$$x - 5 = 0 \quad | +5$$

$$x_3 = 5$$



Die Funktionswerte von $-\infty$ bis 0 und von 0 bis 5 liegen unterhalb der x-Achse, erfüllen also die Bedingung < 0 . Die Nullstellen erfüllen die Bedingung $= 0$.

$$L = -\infty < x < 0 \cup 0 < x < 5$$