

Ungleich Aufgabe 33

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung für $x \in \mathbb{R}$:

$$|3 - x| < |x + 2|$$

Fallunterscheidung:

1. Fall

$$|3 - x| = 3 - x \text{ für } 3 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

und

$$|x + 2| = x + 2 \text{ für } x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$$

$$D_1 = x \leq 3 \cap x \geq -2 = -2 \leq x \leq 3$$

$$3 - x < x + 2 \quad | +x - 2$$

$$2x > 1 \quad | :2$$

$$x > 0,5$$

$$L_1 = D_1 \cap x > 0,5 = -2 \leq x \leq 3 \cap x > 0,5 = 0,5 < x \leq 3$$

2. Fall

$$|3 - x| = 3 - x \text{ für } 3 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 3$$

und

$$|x + 2| = -(x + 2) \text{ für } x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$$

$$D_2 = x \leq 3 \cap x < -2 = x < -2$$

$$3 - x < -(x + 2)$$

$$3 - x < -x - 2 \quad | +x + 2$$

$$0 > 5 \text{ Widerspruch } \rightarrow L_2 = \emptyset$$

3. Fall

$$|3 - x| = -(3 - x) \text{ für } 3 - x < 0 \rightarrow x > 3$$

und

$$|x + 2| = x + 2 \text{ für } x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$$

$$D_3 = x > 3 \cap x \geq -2 = x > 3$$

$$-(3 - x) < x + 2$$

$$-3 + x < 2 + x \quad | -x + 3$$

$$0 < 3 \text{ gilt für alle } x \text{ aus } D_3 \rightarrow L_3 = x > 3$$

4. Fall

$$|3 - x| = -(3 - x) \text{ für } 3 - x < 0 \rightarrow x > 3$$

und

$$|x + 2| = -(x + 2) \text{ für } x + 2 < 0 \rightarrow x < -2$$

$$D_4 = x > 3 \cap x < -2 = \emptyset$$

$$-(3 - x) < -(x + 2)$$

$$-3 + x < -x - 2 \quad | +x + 3$$

$$2x < 1 \quad | :2$$

$$x < 0,5$$

$$L_4 = D_4 \cap x < 0,5 = \emptyset \cap x < 0,5 = \emptyset$$

$$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4 = 0,5 < x \leq 3 \cup \emptyset \cup x > 3 \cup \emptyset =$$

$$\mathbf{L = x > 0,5}$$