

Ungleich Aufgabe 29

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung für $x \in \mathbb{R}$:

$$\left| \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \right| \geq |x - 2|$$

Fallunterscheidung:

1. Fall

$$\left| \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \right| = 1,5x + 0,75 \text{ für } 1,5x + 0,75 \geq 0 \rightarrow x \geq -0,5$$

und

$$|x - 2| = x - 2 \text{ für } x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$$

$$D_1 = x \geq -0,5 \cap x \geq 2 = x \geq 2$$

$$1,5x + 0,75 \geq x - 2 \quad | -x - 0,75$$

$$0,5x \geq -2,75 \quad | :0,5$$

$$x \geq -5,5$$

$$L_1 = D_1 \cap x \geq -5,5 = x \geq 2 \cap x \geq -5,5 = x \geq 2$$

2. Fall

$$\left| \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \right| = 1,5x + 0,75 \text{ für } 1,5x + 0,75 \geq 0 \rightarrow x \geq -0,5$$

und

$$|x - 2| = -(x - 2) \text{ für } x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$$

$$D_2 = x \geq -0,5 \cap x < 2 = -0,5 \leq x < 2$$

$$1,5x + 0,75 \geq -(x - 2)$$

$$1,5x + 0,75 \geq -x + 2 \quad | +x - 0,75$$

$$2,5x \geq 1,25 \quad | :2,5$$

$$x \geq 0,5$$

$$L_2 = D_2 \cap x \geq 0,5 = x < 2 \cap x \geq 0,5 = 0,5 \leq x < 2$$

3. Fall

$$\left| \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \right| = -(1,5x + 0,75) \text{ für } 1,5x + 0,75 < 0 \rightarrow x < -0,5$$

und

$$|x - 2| = x - 2 \text{ für } x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$$

$$D_3 = x < -0,5 \cap x \geq 2 = \emptyset$$

$$-(1,5x + 0,75) \geq x - 2$$

$$-1,5x - 0,75 \geq x - 2 \quad | +1,5x + 2$$

$$2,5x \leq 1,25 \quad | :2,5$$

$$x \leq 0,5$$

$$L_3 = D_3 \cap x \leq 0,5 = \emptyset \cap x \leq 0,5 = x \leq 0,5$$

4. Fall

$$\left| \frac{3}{2}x + \frac{3}{4} \right| = -(1,5x + 0,75) \text{ für } 1,5x + 0,75 < 0 \rightarrow x < -0,5$$

und

$$|x - 2| = -(x - 2) \text{ für } x - 2 < 0 \rightarrow x < 2$$

$$D_4 = x < -0,5 \cap x < 2 = x < -0,5$$

$$-(1,5x + 0,75) \geq -(x - 2)$$

$$-1,5x - 0,75 \geq -x + 2 \quad | +1,5x - 2$$

$$0,5x \leq -2,75 \quad | :0,5$$

$$x \leq -5,5$$

$$L_4 = D_4 \cap x \leq -5,5 = x < -0,5 \cap x \leq -5,5 = x \leq -5,5$$

$$L = L_1 \cup L_2 \cup L_3 \cup L_4 = x \geq 2 \cup 0,5 \leq x < 2 \cup x \leq 0,5 \cup x \leq -5,5 =$$

$$L = x \geq 0,5 \vee x \leq -5,5$$