Ungleich Aufgabe 19

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung für $x \in \mathbb{R}$:

$$\frac{x-3}{x+4} + \frac{x+1}{x-1} \leq \frac{x^2-5x-1}{x^2+3x-4} \qquad x \neq -4,\ x \neq 1$$

$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$

Umformen:

$$\frac{x-3}{x+4} + \frac{x+1}{x-1} \leq \frac{x^2-5x-1}{x^2+3x-4} \quad \Big| - \frac{x^2-5x-1}{x^2+3x-4}$$

$$\frac{x-3}{x+4} + \frac{x+1}{x-1} - \frac{x^2-5x-1}{x^2+3x-4} \leq 0$$

$$\frac{(x-3)(x-1) + (x+1)(x+4) - (x^2-5x-1)}{x^2+3x-4} \leq 0$$

$$\frac{x^2 - 4x + 3 + x^2 + 5x + 4 - x^2 + 5x + 1}{x^2+3x-4} \leq 0$$

$$\frac{x^2+6x+8}{x^2+3x-4} = \frac{(x+4)(x+2)}{(x+4)(x-1)} = \frac{x+2}{x-1} \leq 0$$

Fallunterscheidung:

$$\frac{(x+2)}{(x-1)} \leq 0,$$

Ist dann der Fall, wenn

$x + 2 \geq 0 \rightarrow x \geq -2$ und

$x - 1 < 0 \rightarrow x < 1$

$D_1 = -2 \leq x < 1$

oder wenn

$x + 2 \leq 0 \dashrightarrow x \leq -2$ und

$x - 1 > 0 \dashrightarrow x > 1$

$D_2 = \emptyset$

L $= D_1 \cup D_2$ **$= -2 \leq x < 1$**