Ungleich Aufgabe 17

Bestimmen Sie die Lösungsmenge der Ungleichung für $x \in \mathbb{R}$:

$$\frac{3x - 5}{x - 1} - \frac{2x - 5}{x - 2} > 1 \qquad x \neq 1, x \neq 2$$

Fallunterscheidung, Hauptnenner $(x - 1)(x - 2)$:

1. Fall $(x - 1)(x - 2)$ ist > 0, wenn

$(x - 1) > 0 \dashrightarrow x > 1$ und
$(x - 2) > 0 \dashrightarrow x > 2$

$x > 1 \cap x > 2$ = 1. Definitionsmenge für den 1. Fall $D_1 = 2 < x < \infty$

$(x - 1) < 0 \dashrightarrow x < 1$ und
$(x - 2) < 0 \dashrightarrow x < 2$

$x < 1 \cap x < 2$ = 2. Definitionsmenge für den 1. Fall $D_2 = -\infty < x < 1$

$$\frac{3x - 5}{x - 1} - \frac{2x - 5}{x - 2} > 1 \quad |\cdot(x - 1)(x - 2)$$

$(3x - 5)(x - 2) - (2x - 5)(x - 1) > (x - 1)(x - 2)$

$3x^2 - 11x + 10 - 2x^2 + 7x - 5 > x^2 - 3x + 2 \quad |-x^2$

$-4x + 5 > -3x + 2 \quad |+4x - 2$

$x < 3$

$L_1 = x < 3 \cap D_1 \cup x < 3 \cap D_2 = 2 < x < 3 \vee -\infty < x < 1$

2. Fall $(x - 1)(x - 2)$ ist < 0, wenn

$(x - 1) > 0 \dashrightarrow x > 1$ und
$(x - 2) < 0 \dashrightarrow x < 2$

$x > 1 \cap x < 2$ = 1. Definitionsmenge für den 2. Fall $D_1 = 1 < x < 2$

$(x - 1) < 0 \dashrightarrow x < 1$ und
$(x - 2) > 0 \dashrightarrow x > 2$

$x < 1 \cap x > 2$ = 2. Definitionsmenge für den 1. Fall $D_2 = \emptyset$

$$\frac{3x - 5}{x - 1} - \frac{2x - 5}{x - 2} < 1 \quad |\cdot(x - 1)(x - 2)$$

$(3x - 5)(x - 2) - (2x - 5)(x - 1) < (x - 1)(x - 2)$

$3x^2 - 11x + 10 - 2x^2 + 7x - 5 < x^2 - 3x + 2 \quad |-x^2$

$- 4x + 5 < - 3x + 2 \quad |+4x - 2$

$x > 3$

$L_2 = x > 3 \cap D_1 \cup x > 3 \cap D_2 = \emptyset \vee \emptyset = \emptyset$

L = $L_1 \cup L_2 = 2 < x < 3 \vee -\infty < x < 1 \cup \emptyset =$ $\mathbf{2 < x < 3 \vee -\infty < x < 1}$