

Steckbriefaufgaben Aufgabe 97

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades geht durch den Punkt $(0|2)$ und hat in $(1|0)$ einen Tiefpunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen:

1. Geht durch den Punkt $(0|2)$ bedeutet :

$$f(0) = 2 \rightarrow a \cdot 0^4 + c \cdot 0^2 + e = 2 \rightarrow e = 2$$

2. Hat in $(1|0)$ einen Tiefpunkt bedeutet zum einen: ($e = 2$ eingesetzt)

$$f(1) = 0 \rightarrow a \cdot 1^4 + c \cdot 1^2 + 2 = 0 \rightarrow a + c + 2 = 0 \quad \text{I}$$

3. Hat in $(1|0)$ einen Tiefpunkt bedeutet zum anderen:

$$f'(1) = 0 \rightarrow 4a \cdot 1^3 + 2c \cdot 1 = 0 \rightarrow 4a + 2c = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-2) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r} -2a - 2c - 4 = 0 \\ \underline{4a + 2c = 0} \\ 2a - 4 = 0 \quad | +4 \end{array}$$

$$2a = 4 \quad | :2$$

$$a = 2$$

$a = 2$ in I eingesetzt.

$$1 + c + 2 = 0$$

$$4 + c = 0 \quad | -4$$

$$c = -4$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 2$$

