

Steckbriefaufgaben Aufgabe 95

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 4. Grades hat im Punkt (0|0) einen Sattelpunkt und im Punkt (1|1) einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 6bx + 2c$$

5 Bedingungen:

1. Hat im Punkt (0|0) einen Sattelpunkt bedeutet erstens:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^4 + b \cdot 0^3 + c \cdot 0^2 + d \cdot 0 + e = 0 \rightarrow e = 0$$

2. Hat im Punkt (0|0) einen Sattelpunkt bedeutet zweitens:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 4a \cdot 0^3 + 3b \cdot 0^2 + 2c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

3. Hat im Punkt (0|0) einen Sattelpunkt bedeutet drittens:

$$f''(0) = 0 \rightarrow 12a \cdot 0^2 + 6b \cdot 0 + 2c = 0 \rightarrow 2c = 0 \mid :2 \rightarrow c = 0$$

4. Hat im Punkt (1|1) einen Wendepunkt bedeutet zum einen: (c = 0 und d = 0 und e = 0 eingesetzt)

$$f(1) = 1 \rightarrow a \cdot 1^4 + b \cdot 1^3 = 1 \rightarrow a + b = 1 \quad \text{I}$$

5. Hat im Punkt (1|1) einen Wendepunkt bedeutet zum anderen: (c = 0 und d = 0 eingesetzt)

$$f''(1) = 0 \rightarrow 12a \cdot 1^2 + 6b \cdot 1 = 0 \rightarrow 12a + 6b = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-6) + \text{II}$$

$$-6a - 6b = -6$$

$$\underline{12a + 6b = 0}$$

$$6a = -6 \mid :6$$

$$a = -1$$

a = -1 in I eingesetzt:

$$-1 + b = 1 \quad | +1$$

$$b = 2$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^4 + 2x^3$$

