

Steckbriefaufgaben Aufgabe 83

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades hat in $(0|-4)$ einen Tiefpunkt und berührt die x-Achse bei 2 und -2. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

4 Bedingungen: (eine mehr als nötig, wegen der Symmetrie sind die Berührungspunkte gleichwertig)

1. Hat im Punkt $(0|-4)$ einen Tiefpunkt bedeutet zum einen:

$$f(0) = -4 \rightarrow a \cdot 0^4 + c \cdot 0^2 + e = -4 \rightarrow e = -4$$

2. Hat im Punkt $(0|-4)$ einen Tiefpunkt bedeutet zum anderen:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 4a \cdot 0^3 + 2c \cdot 0 = 0 \text{ liefert kein Ergebnis}$$

3. Berührt die x-Achse bei $(2|0)$ bedeutet zum einen:

$$f(2) = 0 \rightarrow a \cdot 2^4 + c \cdot 2^2 - 4 = 0 \rightarrow 16a + 4c - 4 = 0 \quad \text{I}$$

4. Berührt die x-Achse bei $(2|0)$ bedeutet zum anderen:

$$f'(2) = 0 \rightarrow 4a \cdot 2^3 + 2c \cdot 2 = 0 \rightarrow 32a + 4c = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-2) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r} -32a - 8c + 8 = 0 \\ \underline{32a + 4c = 0} \\ -4c + 8 = 0 \quad | -8 \end{array}$$

$$-4c = -8 \quad | :(-4)$$

$$c = 2$$

$c = 2$ in II eingesetzt:

$$32a + 4 \cdot 2 = 0$$

$$32a + 8 = 0 \quad | -8$$

$$32a = -8 \quad | :32$$

$$a = -8/32 = -1/4 = -0,25$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -0,25x^4 + 2x^2 - 4$$

