

Steckbriefaufgaben Aufgabe 73

Der Graph einer ganzrationalen Funktion geht durch die Punkte (1|0) und (5|0) und hat ein Maximum bei (3|2). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Annahme: Es handelt sich um eine ganzrationale Funktion 3. Grades. weil 4. Bedingungen vorliegen. (siehe unten)

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Punkt (1|0) bedeutet:

$$f(1) = 0 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0 \rightarrow$$

$$a + b + c + d = 0 \quad \text{I}$$

2. Geht durch den Punkt (5|0) bedeutet:

$$f(5) = 0 \rightarrow a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 + c \cdot 5 + d = 0 \rightarrow$$

$$125a + 25b + 5c + d = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat ein Maximum bei (3|2) bedeutet zum einen:

$$f(3) = 2 \rightarrow a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 2 \rightarrow$$

$$27a + 9b + 3c + d = 2 \quad \text{III}$$

4. Hat ein Maximum bei (3|2) bedeutet zum anderen:

$$f'(3) = 0 \rightarrow 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c = 0 \rightarrow 27a + 6b + c = 0 \quad \text{IV}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r} -a - b - c - d = 0 \\ 125a + 25b + 5c + d = 0 \\ \hline 124a + 24b + 4c = 0 \quad \text{V} \end{array}$$

$$\text{I} \cdot (-1) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 -a - b - c - d = 0 \\
 27a + 9b + 3c + d = 2 \\
 \hline
 26a + 8b + 2c = 2 \quad \text{VI}
 \end{array}$$

$$\text{IV} * (-4) + \text{V}$$

$$\begin{array}{r}
 -108a - 24b - 4c = 0 \\
 124a + 24b + 4c = 0 \\
 \hline
 16a = 0 \quad | :16
 \end{array}$$

$$a = 0$$

$$\text{IV} * (-2) + \text{VI} (a = 0 \text{ eingesetzt})$$

$$\begin{array}{r}
 -12b - 2c = 0 \\
 8b + 2c = 2 \\
 \hline
 -4b = 2 \quad | :(-4)
 \end{array}$$

$$b = -1/2 = -0,5$$

$$a = 0 \text{ und } b = -0,5 \text{ in IV eingesetzt:}$$

$$6 * (-0,5) + c = 0$$

$$-3 + c = 0 \quad | +3$$

$$c = 3$$

$$a = 0 \text{ und } b = -0,5 \text{ und } c = 3 \text{ in I eingesetzt:}$$

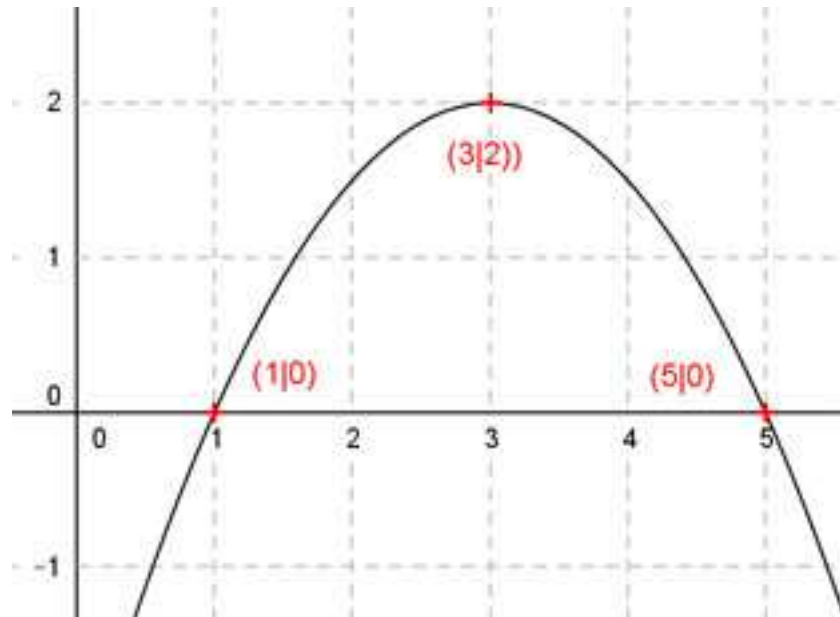
$$-0,5 + 3 + d = 0$$

$$2,5 + d = 0 \quad | -2,5$$

$$d = -2,5$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = -0,5x^2 + 3x - 2,5}$$



Obwohl 4 Bedingungen vorliegen, handelt es sich um eine Funktion 2. Grades:

Scheitelpunktform:

$$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$$

$$a = -0,5, x_s = 3, y_s = 2$$

$$f(x) = -0,5(x - 3)^2 + 2$$

Ausmultipliziert:

$$f(x) = -0,5(x^2 - 6x + 9) + 2$$

$$f(x) = -0,5x^2 + 3x - 4,5 + 2$$

$$\mathbf{f(x) = -0,5x^2 + 3x - 2,5}$$