

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 71

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat in  $(3|f(3))$  eine Tangente mit der Funktionsgleichung  $y = 11x - 27$  und bei  $(1|0)$  einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Hat in  $(3|f(3))$  eine Tangente mit der Funktionsgleichung  $y = 11x - 27$  bedeutet zum einen: (Steigung der Tangente = 11)

$$f'(3) = 11 \rightarrow 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c = 11 \rightarrow 27a + 6b + c = 11 \quad \text{I}$$

2. Hat in  $(3|f(3))$  eine Tangente mit der Funktionsgleichung  $y = 11x - 27$  bedeutet zum anderen mit:

$$y_{(3)} = f(3) = 11 \cdot 3 - 27 = 6$$

$$f(3) = 6 \rightarrow a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 6 \rightarrow$$

$$27a + 9b + 3c + d = 6 \quad \text{II}$$

3. Hat bei  $(1|0)$  einen Wendepunkt bedeutet zum einen:

$$f''(1) = 0 \rightarrow 6a \cdot 1 + 2b = 0 \rightarrow 6a + 2b = 0 \quad \text{III}$$

4. Hat bei  $(1|0)$  einen Wendepunkt bedeutet zum anderen:

$$f(1) = 0 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 + d = 0 \rightarrow a + b + c + d = 0 \quad \text{IV}$$

$$\text{IV} \cdot (-1) + \text{II}$$

$$\begin{array}{r} -a - b - c - d = 0 \\ 27a + 9b + 3c + d = 6 \\ \hline 26a + 8b + 2c = 6 \quad \text{V} \end{array}$$

$$I * (-2) + V$$

$$- 54a - 12b - 2c = - 22$$

$$\underline{26a + 8b + 2c = 6}$$

$$- 28a - 4b = - 16 \quad \text{VI}$$

$$III * 2 + VI$$

$$12a + 4b = 0$$

$$\underline{- 28a - 4b = - 16}$$

$$- 16a = - 16 \quad | :(-16)$$

$$a = 1$$

a = 1 in III eingesetzt:

$$6 * 1 + 2b = 0 \quad | -6$$

$$2b = - 6 \quad | :2$$

$$b = - 3$$

a = 1 und b = - 3 in I eingesetzt:

$$27 * 1 + 6 * (-3) + c = 11$$

$$27 - 18 + c = 11$$

$$9 + c = 11 \quad | -9$$

$$c = 2$$

a = 1 und b = - 3 und c = 2 in IV eingesetzt:

$$1 - 3 + 2 + d = 0$$

$$d = 0$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x}$$

