

Steckbriefaufgaben Aufgabe 61

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch die Punkte (2|6), (0|4), (3|5,5) und (-2|8). Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Punkt (2|6) bedeutet:

$$f(2) = 6 \rightarrow a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 6 \rightarrow$$

$$8a + 4b + 2c + d = 6 \quad \text{I}$$

2. Geht durch den Punkt (0|4) bedeutet:

$$f(0) = 4 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 4 \rightarrow d = 4$$

3. Geht durch den Punkt (3|5,5) bedeutet: (d = 4 eingesetzt)

$$f(3) = 5,5 \rightarrow a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + 4 = 5,5 \rightarrow$$

$$27a + 9b + 3c + 4 = 5,5 \quad | -4$$

$$27a + 9b + 3c = 1,5 \quad \text{II}$$

4. Geht durch den Punkt (-2|8) bedeutet: (d = 4 eingesetzt)

$$f(-2) = 8 \rightarrow a \cdot (-2)^3 + b \cdot (-2)^2 + c \cdot (-2) + 4 = 8 \rightarrow$$

$$-8a + 4b - 2c + 4 = 8 \quad | -4$$

$$-8a + 4b - 2c = 4 \quad \text{III}$$

I (d = 4 eingesetzt) + III

$$\begin{array}{r} 8a + 4b + 2c + 4 = 6 \\ -8a + 4b - 2c = 4 \\ \hline 8b + 4 = 10 \quad | -4 \end{array}$$

$$8b = 6 \quad | :8$$

$$b = \frac{6}{8} = 0,75$$

$b = 0,75$ in II eingesetzt:

$$27a + 9 * 0,75 + 3c = 1,5$$

$$27a + 6,75 + 3c = 1,5 \quad | -6,75$$

$$27a + 3c = - 5,25 \quad \text{IV}$$

$b = 0,75$ und $d = 4$ in I eingesetzt:

$$8a + 4 * 0,75 + 2c + 4 = 6$$

$$8a + 3 + 2c + 4 = 6$$

$$8a + 2c + 7 = 6 \quad | -7$$

$$8a + 2c = - 1 \quad \text{V}$$

$$\text{IV} * 2 + \text{V} * (-3)$$

$$\begin{array}{r} 54a + 6c = - 10,5 \\ - 24a - 6c = \quad 3 \\ \hline 30a = - 7,5 \quad | :30 \end{array}$$

$$a = - 0,25$$

$a = - 0,25$ in V eingesetzt:

$$8 * - 0,25 + 2c = - 1$$

$$- 2 + 2c = - 1 \quad | +2$$

$$2c = 1 \quad | :2$$

$$c = 0,5$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = - 0,25x^3 + 0,75x^2 + 0,5x + 4}$$

