

Steckbriefaufgaben Aufgabe 59

Die Graphen von ganzrationalen Funktionen 3. Grades haben einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y = x$ im Koordinatenursprung. Wie lautet deren Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

1. Hat einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y = x$ im Koordinatenursprung bedeutet erstens:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Hat einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y = x$ im Koordinatenursprung bedeutet zweitens:

$$f''(0) = 0 \rightarrow 6a \cdot 0 + 2b = 0 \rightarrow 2b = 0 \mid :2 \rightarrow b = 0$$

3. Hat einen Wendepunkt mit der Wendetangente $y = x$ (Steigung = 1) im Koordinatenursprung bedeutet drittens:

$$f'(0) = 1 \rightarrow (b = 0 \text{ eingesetzt}) a \cdot 0^2 + c = 1 \rightarrow c = 1$$

Nur 3 Bedingungen (4 sind für eine eindeutige Lösung nötig) \rightarrow Kurvenschar:

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = ax^3 + x}$$

Darstellung für 6 verschiedene a.

Von links nach rechts:

$$a_1 = -0,5$$

$$a_2 = -1$$

$$a_3 = -2$$

$$a_4 = 2$$

$$a_5 = 1$$

$$a_6 = 0,5$$

