

Steckbriefaufgaben Aufgabe 49

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -1$, die y-Achse bei $y = -4$ und hat einen Wendepunkt bei $(1|-2)$. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Schneidet die x-Achse an der Stelle $x = -1$ bedeutet:

$$f(-1) = 0 \rightarrow a \cdot (-1)^3 + b \cdot (-1)^2 + c \cdot (-1) + d = 0 \rightarrow$$

$$-a + b - c + d = 0 \quad \text{I}$$

2. Schneidet die y-Achse an der Stelle $y = -4$ bedeutet:

$$f(0) = -4 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = -4 \rightarrow d = -4$$

3. Hat einen Wendepunkt bei $(1|-2)$ bedeutet zum einen ($d = -4$ eingesetzt):

$$f(1) = -2 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + c \cdot 1 - 4 = -2 \quad | +4 \rightarrow$$

$$a + b + c = 2 \quad \text{II}$$

4. Hat einen Wendepunkt bei $(1|-2)$ bedeutet zum anderen:

$$f''(1) = 0 \rightarrow 6a \cdot 1 + 2b = 0 \rightarrow 6a + 2b = 0 \quad \text{III}$$

I ($d = -4$ eingesetzt) + II

$$\begin{array}{r} -a + b - c - 4 = 0 \\ \underline{a + b + c = 2} \\ -4 = 2 \quad | +4 \end{array}$$

$$2b = 6 \quad | :2$$

$$b = 3$$

$b = 3$ in III eingesetzt:

$$6a + 2 \cdot 3 = 0 \quad | -6$$

$$6a = -6 \quad | :6$$

$$a = -1$$

$a = -1$ und $b = 3$ in II eingesetzt:

$$-1 + 3 + c = 2$$

$$2 + c = 2 \quad | -2$$

$$c = 0$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$$

