

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 45

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades schneidet die x-Achse bei - 3, hat dort eine Steigung von - 12,5 und bei  $x = - 4/3$  und  $x = 2$  Extremstellen. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Schneidet die x-Achse bei - 3 bedeutet:

$$f(-3) = 0 \rightarrow a * (-3)^3 + b * (-3)^2 + c * (-3) + d = 0 \rightarrow$$

$$- 27a + 9b - 3c + d = 0 \quad \text{I}$$

2. Hat dort eine Steigung von - 12,5 bedeutet:

$$f'(-3) = - 12,5 \rightarrow 3a * (-3)^2 + 2b * (-3) + c = - 12,5 \rightarrow$$

$$27a - 6b + c = - 12,5 \quad \text{II}$$

3. Hat bei  $x = - 4/3$  eine Extremstelle bedeutet:

$$f'(-4/3) = 0 \rightarrow 3a * (-4/3)^2 + 2b * (-4/3) + c = 0 \rightarrow$$

$$16/3a - 8/3b + c = 0 \quad | *3$$

$$16a - 8b + 3c = 0 \quad \text{III}$$

4. Hat bei  $x = 2$  eine Extremstelle bedeutet:

$$f'(2) = 0 \rightarrow 3a * 2^2 + 2b * 2 + c = 0 \rightarrow 12a + 4b + c = 0 \quad \text{IV}$$

$$\text{III} + \text{II} * (-3)$$

$$\begin{array}{r} 16a - 8b + 3c = 0 \\ - 81a + 18b - 3c = 37,5 \\ \hline - 65a + 10b = 37,5 \quad \text{V} \end{array}$$

$$\text{IV} * (-3) + \text{III}$$

$$\begin{array}{r}
 - 36a - 12b - 3c = 0 \\
 \underline{16a - 8b + 3c = 0} \\
 - 20a - 20b = 0 \quad \text{VI}
 \end{array}$$

V \* 2 + VI

$$\begin{array}{r}
 - 130a + 20b = 75 \\
 \underline{-20a - 20b = 0} \\
 - 150a = 75 \quad | :(-150)
 \end{array}$$

$$a = - 0,5$$

a = - 0,5 in VI eingesetzt:

$$- 65 * (-0,5) + 10b = 37,5$$

$$32,5 + 10b = 37,5 \quad | -32,5$$

$$10b = 5 \quad | :10$$

$$b = 0,5$$

a = - 0,5 und b = 0,5 in III eingesetzt.

$$16 * (-0,5) - 8 * 0,5 + 3c = 0$$

$$- 8 - 4 + 3c = 0$$

$$- 12 + 3c = 0 \quad | + 12$$

$$3c = 12 \quad | :3$$

$$c = 4$$

a = - 0,5 und b = 0,5 und c = 4 in I eingesetzt:

$$- 27 * (-0,5) + 9 * 0,5 - 3 * (4) + d = 0$$

$$13,5 + 4,5 - 12 + d = 0$$

$$6 + d = 0 \quad | -6$$

$$d = - 6$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = - 0,5x^3 + 0,5x^2 + 4x - 6}$$

