

Steckbriefaufgaben Aufgabe 43

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat bei $(3|0,8)$ einen Hochpunkt, an der Stelle $x = 4$ einen Wendepunkt und eine Wendetangente mit der Steigung $-0,6$. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Hat bei $(3|0,8)$ einen Hochpunkt bedeutet zum einen:

$$f(3) = 0,8 \rightarrow a \cdot 3^3 + b \cdot 3^2 + c \cdot 3 + d = 0,8 \rightarrow$$

$$27a + 9b + 3c + d = 0,8 \quad \text{I}$$

2. Hat bei $(3|0,8)$ einen Hochpunkt bedeutet zum anderen:

$$f'(3) = 0 \rightarrow 3a \cdot 3^2 + 2b \cdot 3 + c = 0 \rightarrow 27a + 6b + c = 0 \quad \text{II}$$

3. Hat an der Stelle $x = 4$ einen Wendepunkt bedeutet:

$$f''(4) = 0 \rightarrow 6a \cdot 4 + 2b = 0 \rightarrow 24a + 2b = 0 \quad \text{III}$$

4. Hat eine Wendetangente mit der Steigung $-0,6$ bedeutet:

$$f'(4) = -0,6 \rightarrow 3a \cdot 4^2 + 2b \cdot 4 + c = -0,6 \rightarrow$$

$$48a + 8b + c = -0,6 \quad \text{IV}$$

$$\text{II} \cdot (-1) + \text{IV}$$

$$\begin{array}{r} -27a - 6b - c = 0 \\ \underline{48a + 8b + c = -0,6} \\ 21a + 2b = -0,6 \quad \text{V} \end{array}$$

$$\text{III} \cdot (-1) + \text{V}$$

$$\begin{array}{r} -24a - 2b = 0 \\ \underline{21a + 2b = -0,6} \\ -3a = -0,6 \quad | :(-3) \end{array}$$

$$a = 0,2$$

a = 0,2 in III eingesetzt:

$$24 * 0,2 + 2b = 0$$

$$4,8 + 2b = 0 \quad | -4,8$$

$$2b = -4,8 \quad | :2$$

$$b = -2,4$$

a = 0,2 und b = -2,4 in IV eingesetzt:

$$48 * 0,2 + 8 * (-2,4) + c = -0,6$$

$$9,6 - 19,2 + c = -0,6$$

$$-9,6 + c = -0,6 \quad | +9,6$$

$$c = 9$$

a = 0,2 und b = -2,4 und c = 9 in I eingesetzt:

$$27 * 0,2 + 9 * (-2,4) + 3 * 9 + d = 0,8$$

$$5,4 - 21,6 + 27 + d = 0,8$$

$$10,8 + d = 0,8 \quad | -10,8$$

$$d = -10$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$\mathbf{f(x) = 0,2x^3 - 2,4x^2 + 9x - 10}$$

