

Steckbriefaufgaben Aufgabe 39

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades geht durch den Koordinatenursprung, schneidet bei $x = 6$ die x-Achse, und die Wendetangente durch $(0|0)$ hat die Gleichung $y = 2x$. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Geht durch den Koordinatenursprung bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \rightarrow d = 0$$

2. Schneidet bei $x = 6$ die x-Achse bedeutet ($d = 0$ eingesetzt):

$$f(6) = 0 \rightarrow a \cdot 6^3 + b \cdot 6^2 + c \cdot 6 = 0 \rightarrow 216a + 36b + 6c = 0 \quad I$$

3. Die Wendetangente durch $(0|0)$ bedeutet, $(0|0)$ ist Wendepunkt:

$$f''(0) = 0 \rightarrow 6a \cdot 0 + 2b = 0 \rightarrow 2b = 0 \quad | :2 \rightarrow b = 0$$

4. Wendetangente hat die Gleichung $y = 2x$ bedeutet: ($b = 0$ eingesetzt)

$$f'(0) = 2 \rightarrow 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 2 \rightarrow c = 2$$

$c = 2$ und $b = 0$ in I eingesetzt:

$$216a + 6 \cdot 2 = 0$$

$$216a + 12 = 0 \quad | -12$$

$$216a = -12 \quad | :216$$

$$a = -\frac{12}{216} = -\frac{1}{18}$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -\frac{1}{18}x^3 + 2x$$

