

Steckbriefaufgaben Aufgabe 17

Der Graph einer ganzrationalen Funktion 3. Grades hat in $(0|4)$ einen Hochpunkt und in $(1|2)$ einen Wendepunkt. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Hat in $(0|4)$ einen Hochpunkt bedeutet zum einen:

$$f(0) = 4 \rightarrow a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 4 \rightarrow d = 4$$

2. Hat in $(0|4)$ einen Hochpunkt bedeutet zum anderen:

$$f'(0) = 0 \rightarrow 3a \cdot 0^2 + 2b \cdot 0 + c = 0 \rightarrow c = 0$$

3. Hat in $(1|2)$ einen Wendepunkt bedeutet zum einen: ($c = 0$ und $d = 4$ eingesetzt)

$$f(1) = 2 \rightarrow a \cdot 1^3 + b \cdot 1^2 + 4 \rightarrow a + b + 4 = 2 \quad | -4$$

$$a + b = -2 \quad \text{I}$$

4. Hat in $(1|2)$ einen Wendepunkt bedeutet zum anderen:

$$f''(1) = 0 \rightarrow 6a \cdot 1 + 2b = 0 \rightarrow 6a + 2b = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{I} \cdot (-2) + \text{II}$$

$$-2a - 2b = 4$$

$$\underline{6a + 2b = 0}$$

$$4a = 4 \quad | :4$$

$$a = 1$$

$a = 1$ in I eingesetzt:

$$1 + b + 4 = 2 \quad | -5$$

$$b = -3$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$$

