

## Steckbriefaufgaben Aufgabe 143

Vor der Vertragsunterzeichnung wird die Fitness eines Fussballspielers überprüft, indem man seine Laktatkonzentration im Blut abhängig von der Laufgeschwindigkeit auf einem Laufband misst. Zu Beginn der Untersuchung beträgt sie - 25. Bei 10 km/h beträgt sie 3, bei 14 km/h 3 und bei 15 km/h 4,25. Zur Veranschaulichung soll die Konzentration durch eine Funktion 3. Grades dargestellt werden. Bei welcher Geschwindigkeit ist die Laktatkonzentration am geringsten?

Allgemeine Form einer ganzrationalen Funktion 3. Grades:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$f''(x) = 6ax + 2b$$

4 Bedingungen:

1. Zu Beginn der Untersuchung beträgt sie - 25 bedeutet:

$$f(0) = - 25 \rightarrow a * 0^3 + b * 0^2 + c * 0 + d = - 25 \rightarrow d = - 25$$

2. Bei 10 km/h beträgt sie 3 bedeutet: (d = - 25 eingesetzt)

$$f(10) = 3 \rightarrow a * 10^3 + b * 10^2 + c * 10 - 25 = 3 \rightarrow$$

$$1000a + 100b + 10c - 25 = 3 \quad | +25$$

$$1000a + 100b + 10c = 28 \quad \text{I}$$

3. Bei 14 km/h beträgt sie 3 bedeutet: (d = - 25 eingesetzt)

$$f(14) = 3 \rightarrow a * 14^3 + b * 14^2 + c * 14 - 25 = 3 \rightarrow$$

$$2744a + 196b + 14c - 25 = 3 \quad | +25$$

$$2744a + 196b + 14c = 28 \quad \text{II}$$

4. Bei 15 km/h beträgt sie 4,25 bedeutet: (d = - 25 eingesetzt)

$$f(15) = 4,25 \rightarrow a * 15^3 + b * 15^2 + c * 15 - 25 = 4,25 \rightarrow$$

$$3375a + 225b + 15c - 25 = 4,25 \quad | +25$$

$$3375a + 225b + 15c = 29,25 \quad \text{III}$$

$$I * (-7) + II * 5$$

$$\begin{array}{r} - 7000a - 700b - 70c = - 196 \\ \underline{13720a + 980b + 70c = 140} \\ 6720a + 280b = - 56 \end{array} \quad \text{IV}$$

$$I * (-3) + III * 2$$

$$\begin{array}{r} - 3000a - 300b - 30c = - 84 \\ \underline{6750a + 450b + 30c = 58,5} \\ 3750a + 150b = - 25,5 \end{array} \quad \text{V}$$

$$IV * (-15) + V * 28$$

$$\begin{array}{r} - 100800a - 4200b = 840 \\ \underline{105000a + 4200b = - 714} \\ 4200a = 126 \quad | :4200 \end{array}$$

$$a = 0,03$$

a = 0,03 in IV eingesetzt:

$$6720 * 0,03 + 280b = - 56$$

$$201,6 + 280b = - 56 \quad | -201,6$$

$$280b = - 257,6 \quad | :280$$

$$b = - 0,92$$

a = 0,03 und b = - 0,92 in I eingesetzt:

$$1000 * 0,03 + 100 * (-0,92) + 10c = 28$$

$$30 - 92 + 10c = 28 \quad | -1,25$$

$$- 62 + 10c = 28 \quad | +62$$

$$10c = 90 \quad | :10$$

$$c = 9$$

Gesuchte Funktion:

$$\mathbf{f(x) = 0,03x^3 - 0,92x^2 + 9x - 25}$$

Minimale Konzentration:

$$\text{Bedingung } f'(x) = 0$$

$$0,09x^2 - 1,84x + 9 = 0 \quad | *100$$

$$9x^2 - 184x + 900 = 0$$

A, B, C - Formel:

$$A = 9, B = -184, C = 900$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-184) \pm \sqrt{(-184)^2 - 4 * 9 * 900}}{2 * 9}$$

$$x_{1,2} = \frac{184 \pm \sqrt{33856 - 32400}}{18}$$

$$x_{1,2} = \frac{184 \pm \sqrt{1456}}{18}$$

$$x_{1,2} = \frac{184 \pm 38,2}{18}$$

$$x_1 = \frac{222,2}{18} = 12,3$$

$$x_2 = \frac{145,8}{18} = 8,1$$

$$f''(x) = 0,18x - 1,84$$

$$f''(12,3) = 0,18 * 12,3 - 1,84 = 2,2 - 1,84 = 0,36 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$f''(8,1) = 0,18 * 8,1 - 1,84 = 1,46 - 1,84 = -0,38 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$f(12,3) = 0,03 * 12,3^3 - 0,92 * 12,3^2 + 9 * 12,3 - 25 =$$

$$= 55,83 - 139,19 + 110,7 - 25 = 2,34$$

Die Laktatkonzentration erreicht ihr Minimum von 2,34 bei einer Geschwindigkeit von 12,3 km/h.

