

Steckbriefaufgaben Aufgabe 113

Der Graph einer zu $(0|0)$ punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades hat in $(-1|1)$ einen Wendepunkt mit der Steigung 3. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer zu $(0|0)$ punktsymmetrischen ganzrationalen Funktion 5. Grades:

$$f(x) = ax^5 + cx^3 + ex$$

$$f'(x) = 5ax^4 + 3cx^2 + e$$

$$f''(x) = 20ax^3 + 6cx$$

4 Bedingungen : (eine mehr als nötig)

1. Geht durch $(0|0)$ bedeutet:

$$f(0) = 0 \rightarrow a \cdot 0^5 + c \cdot 0^3 + e \cdot 0 = 0 \rightarrow 0 = 0 \text{ liefert kein Ergebnis}$$

2. Hat in $(-1|1)$ einen Wendepunkt bedeutet zum einen:

$$f(-1) = 1 \rightarrow a \cdot (-1)^5 + c \cdot (-1)^3 + e \cdot (-1) = 1 \rightarrow$$

$$-a - c - e = 1 \quad \text{I}$$

3. Hat in $(-1|1)$ einen Wendepunkt bedeutet zum anderen:

$$f''(-1) = 0 \rightarrow 20a \cdot (-1)^3 + 6c \cdot (-1) = 0 \rightarrow -20a - 6c = 0 \quad \text{II}$$

4. Hat in $(-1|1)$ einen Wendepunkt mit der Steigung 3 bedeutet:

$$f'(-1) = 3 \rightarrow 5a \cdot (-1)^4 + 3c \cdot (-1)^2 + e = 3 \rightarrow 5a + 3c + e = 3 \quad \text{III}$$

I + III

$$-a - c - e = 1$$

$$5a + 3c + e = 3$$

$$\underline{4a + 2c = 4} \quad \text{IV}$$

II + IV * 5

$$-20a - 6c = 0$$

$$\underline{20a + 10c = 20}$$

$$4c = 20 \quad | :4$$

$$c = 5$$

$c = 5$ in II eingesetzt:

$$-20a - 6 \cdot 5 = 0$$

$$-20a - 30 = 0 \quad | +30$$

$$-20a = 30 \quad | :(-20)$$

$$a = -1,5$$

$a = -1,5$ und $c = 5$ in I eingesetzt:

$$-(-1,5) - 5 - e = 1$$

$$1,5 - 5 - e = 1$$

$$-3,5 - e = 1 \quad | +3,5$$

$$-e = 4,5 \quad | :(-1)$$

$$e = -4,5$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = -1,5x^5 + 5x^3 - 4,5x$$

