

Steckbriefaufgaben Aufgabe 105

Der Graph einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades geht durch den Punkt 24 auf der y-Achse, hat an der Stelle $x = 1$ die Steigung - 36 und geht durch $(3|240)$. Wie lautet seine Funktionsgleichung?

Allgemeine Form einer achsensymmetrischen ganzrationalen Funktion 4. Grades:

$$f(x) = ax^4 + cx^2 + e$$

$$f'(x) = 4ax^3 + 2cx$$

$$f''(x) = 12ax^2 + 2c$$

3 Bedingungen :

1. Geht durch den Punkt 24 auf der y-Achse bedeutet:

$$f(0) = 24 \rightarrow a \cdot 0^4 + c \cdot 0^2 + e = 24 \rightarrow e = 24$$

2. Hat an der Stelle $x = 1$ die Steigung - 36 bedeutet:

$$f'(1) = -36 \rightarrow 4a \cdot 1^3 + 2c \cdot 1 = -36 \rightarrow 4a + 2c = -36 \quad \text{I}$$

3. Geht durch den Punkt $(3|240)$ bedeutet: ($e = 24$ eingesetzt)

$$f(3) = 240 \rightarrow a \cdot 3^4 + c \cdot 3^2 + 24 = 240 \rightarrow$$

$$81a + 9c + 24 = 240 \quad | -24$$

$$81a + 9c = 216 \quad \text{II}$$

$$\text{I} + (-9) + \text{II} \cdot 2$$

$$-36a - 18c = 324$$

$$\underline{162a + 18c = 432}$$

$$126a = 756 \quad | :126$$

$$a = 6$$

$a = 6$ in II eingesetzt:

$$81 \cdot 6 + 9c = 216$$

$$486 + 9c = 216 \quad | -486$$

$$9c = -270 \quad | :9$$

$$c = -30$$

Gesuchte Funktionsgleichung:

$$f(x) = 6x^4 - 30x^2 + 24$$

