Besuchen Sie auch die Seite http://www.matheaufgaben-loesen.de/ dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2021 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2021
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________ Vorname: ______________

Klasse: ________ Platznummer: ________ Punkte: ________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Informationen über die Leistungsfähigkeit eines Sportlers kann man mithilfe von sogenannten Laktat-Tests ermitteln, da die Laktat-Konzentration im Blut mit steigender Laufgeschwindigkeit zunimmt.

Bei einem solchen Test wird die Laktat-Konzentration y $\frac{\text{mmol}}{\text{l}}$ (Millimol pro Liter Blut) in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit x $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ erfasst.

Für Paul lässt sich dieser Zusammenhang bei einem Test näherungsweise durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 0{,}01 \cdot 1{,}5^x + 0{,}85$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+)$ beschreiben.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 1.1 Bei Paul wurde für die Geschwindigkeiten von $10\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ und $12\,\frac{\text{km}}{\text{h}}$ jeweils eine Messung der Laktat-Konzentration durchgeführt.

Berechnen Sie mithilfe der Funktion f die zugehörigen Funktionswerte für diese beiden Geschwindigkeiten und ermitteln Sie sodann, um wie viel Prozent sich die Laktat-Konzentration zwischen diesen beiden Messungen erhöht hat.

3 P

A 1.2 Berechnen Sie die nach y aufgelöste Gleichung der Umkehrfunktion zu f.

[Lösung](#)

MI A2

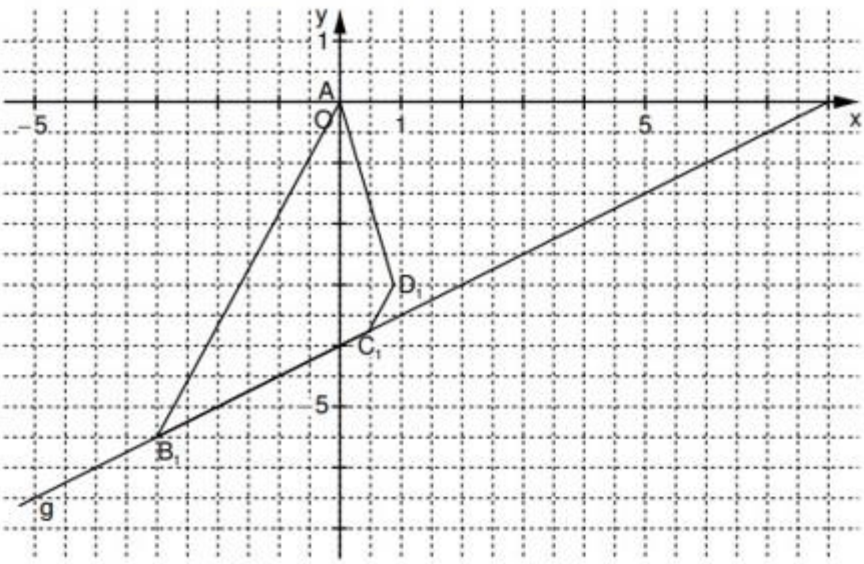
A 2.0 Punkte $B_n(x|0{,}5x-4)$ und Punkte C_n liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}5x-4$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Sie sind für $x>-4{,}25$ zusammen mit dem Punkt $A(0|0)$ und Punkten D_n Eckpunkte von Trapezen $AB_nC_nD_n$.

Es gilt: $\sphericalangle B_nAD_n=45°$; $\overline{AD_n}=\frac{1}{2}\cdot\overline{AB_n}$; $[AB_n]\parallel[D_nC_n]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Im Koordinatensystem sind die Gerade g und das Trapez $AB_1C_1D_1$ für $x=-3$ bereits eingezeichnet.

Zeichnen Sie das Trapez $AB_2C_2D_2$ für $x=2$ ein.



A 2.2 Im Trapez $AB_3C_3D_3$ gilt: $\sphericalangle C_3B_3A=90°$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert von x.

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von x gilt: $D_n(0{,}18x+1{,}41|0{,}53x-1{,}41)$.

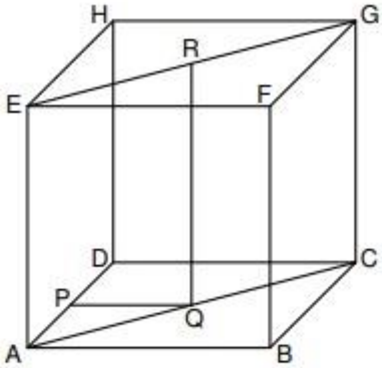
A 2.4 Berechnen Sie die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n und zeichnen Sie diesen in das Koordinatensystem zu A 2.1 ein.

MI A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2021**

A 3.0 Gegeben ist ein Schrägbild des Würfels ABCDEFGH mit $\overline{AB} = 4$ cm.
P ist der Mittelpunkt der Strecke [AD], Q ist der Mittelpunkt der Strecke [AC] und R ist der Mittelpunkt der Strecke [EG].

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 3.1 Punkte $S_n \in [QR]$ legen zusammen mit P und Q Winkel QPS_n mit dem Maß φ fest. Sie sind für $\varphi \in [0°; 63{,}43°[$ die Spitzen von Pyramiden $EFGHS_n$ mit der Grundfläche EFGH.
Zeichnen Sie die Strecke $[PS_1]$ und die Pyramide $EFGHS_1$ für $\varphi = 30°$ in die Zeichnung zu A 3.0 ein. 1 P

A 3.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden $EFGHS_n$ in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = (21{,}33 - 10{,}67 \cdot \tan\varphi)\ \text{cm}^3$.

3 P

A 3.3 Unter den Pyramiden $EFGHS_n$ hat die Pyramide $EFGHS_0$ das maximale Volumen V_0. Begründen Sie, weshalb gilt: $V_{\text{Würfel}} : V_0 = 3 : 1$.

Lösung

MI B1

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 3 \cdot \log_3(x+7) - 4$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Gleichung der Asymptote h des Graphen zu f_1 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-4; 9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 9$; $-6 \leqq y \leqq 4$ — 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse und anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = -3 \cdot \log_3(x+6) + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 9]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \mid -3 \cdot \log_3(x+6) + 2)$ auf dem Graphen zu f_2 und Punkte $D_n(x \mid 3 \cdot \log_3(x+7) - 4)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind für $x > -3{,}46$ zusammen mit Punkten B_n und C_n Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte B_n liegen dabei ebenfalls auf dem Graphen zu f_2, ihre x-Koordinate ist stets um 4 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.

Zeichnen Sie das Parallelogramm $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -1{,}5$ und das Parallelogramm $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 2 P

B 1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Parallelogramme $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = [12 \cdot \log_3(x^2 + 13x + 42) - 24]$ FE. — 3 P

B 1.5 Im Parallelogramm $A_3B_3C_3D_3$ liegt der Punkt D_3 auf der x-Achse.

Bestimmen Sie rechnerisch den Flächeninhalt des Parallelogramms $A_3B_3C_3D_3$. — 3 P

B 1.6 Das Parallelogramm $A_4B_4C_4D_4$ hat einen Flächeninhalt von 16 FE.

Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten des Punktes B_4. — 4 P

MI B2

Mathematik I

Aufgabe B 2	Haupttermin

B 2.0 Die Diagonalen $[AC]$ und $[BD]$ des Drachenvierecks ABCD schneiden sich im Punkt M. Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Spitze S und der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 11\,\text{cm}$; $\overline{AM} = 4{,}5\,\text{cm}$; $\overline{BD} = 10\,\text{cm}$; $\overline{MS} = 9\,\text{cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels MSC.

$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle MSC = 35{,}84°]$ 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[CS]$. Die Winkel P_nMS haben das Maß φ mit $\varphi \in\,]0°; 90°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von Dreiecken BDP_n.

Zeichnen Sie die Strecke $[MP_1]$ sowie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Länge der Strecken $[MP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{MP_n}(\varphi) = \frac{5{,}27}{\sin(\varphi + 35{,}84°)}\,\text{cm}$. 3 P

B 2.3 Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 3 P

B 2.4 Die Pyramiden $BDSP_n$ haben die Grundfläche BDS und die Spitzen P_n. Die Höhenfußpunkte F_n der Pyramiden $BDSP_n$ liegen auf der Strecke $[MS]$.

Zeichnen Sie die Höhe $[F_1P_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann das Volumen V der Pyramiden $BDSP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{F_nP_n}(\varphi) = \frac{5{,}27 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 35{,}84°)}\,\text{cm}\right]$ 3 P

B 2.5 Die Pyramiden ABDS und $BDSP_3$ haben das gleiche Volumen.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 3 P

Lösung

MII A1

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: __________ Punkte: __________

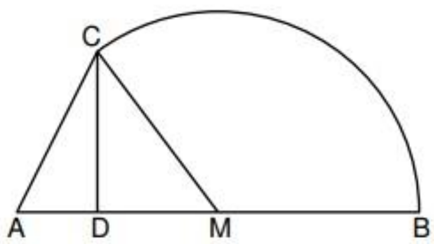
Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt die Figur, die durch die Strecken $[AB]$ und $[AC]$ sowie den Kreisbogen $\widehat{BC}$ mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = \overline{MB}$ begrenzt wird.

Es gilt:

$\overline{AD} = 2\text{ cm}$; $\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 5\text{ cm}$; $\sphericalangle MDC = 90°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels CMD und die Länge b des Kreisbogens $\widehat{BC}$.
[Teilergebnis: $\sphericalangle CMD = 53{,}13°$]

3 P

A 1.2 Ermitteln Sie rechnerisch den Flächeninhalt der Figur aus A 1.0.

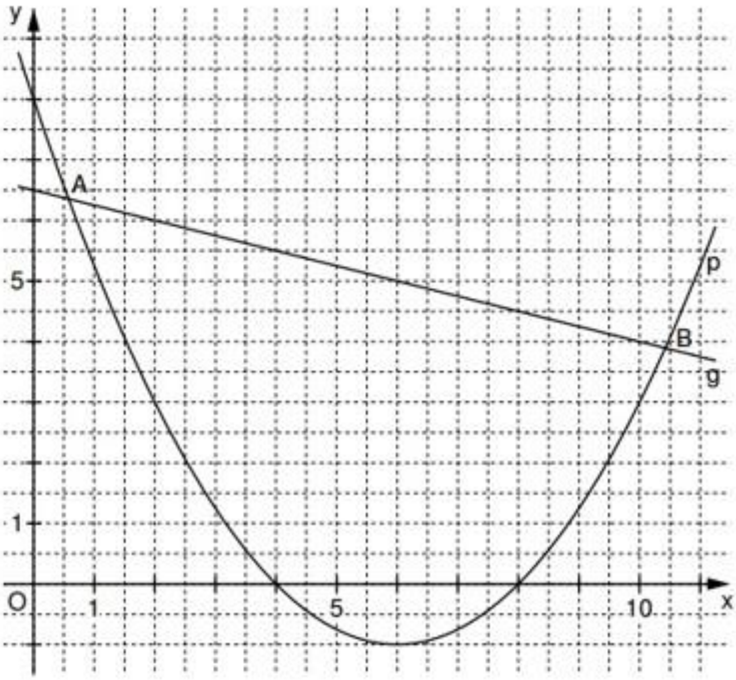
MII A2

	Aufgabe A 2		Haupttermin 2021

A 2.0 Gegeben sind die Parabel p mit der Gleichung $y = 0{,}25x^2 - 3x + 8$ und die Gerade g mit der Gleichung $y = -0{,}25x + 6{,}5$. Es gilt: $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Die Punkte A und B sind die Schnittpunkte der Parabel p und der Gerade g.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A und B.

A 2.2 Punkte $P_n(x \mid 0{,}25x^2 - 3x + 8)$ auf p und Punkte $Q_n(x \mid -0{,}25x + 6{,}5)$ auf g haben dieselbe Abszisse x. Für die Strecken $[P_nQ_n]$ gilt: $y_{Q_n} > y_{P_n}$. Die Mittelpunkte M_n der Strecken $[P_nQ_n]$ sind zugleich Mittelpunkte von Kreisen k_n mit den Durchmessern $\overline{P_nQ_n}$.

Zeichnen Sie die Strecke $[P_1Q_1]$ sowie den Mittelpunkt M_1 und den Kreis k_1 mit dem Durchmesser $\overline{P_1Q_1}$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte P_n gilt: $\overline{P_nQ_n}(x) = (-0{,}25x^2 + 2{,}75x - 1{,}5)$ LE.

A 2.4 Unter den Kreisen k_n gibt es einen Kreis k_0 mit maximalem Umfang u_{max}.

Berechnen Sie u_{max}.

A 2.5 Ein Kreis k_3 hat den 4-fachen Durchmesser eines Kreises k_2.

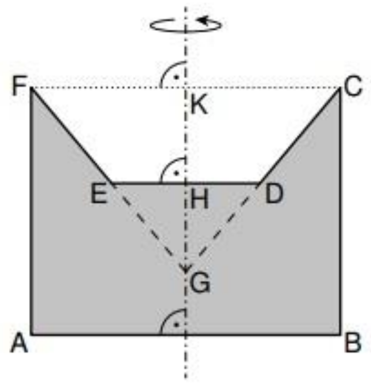
Hat k_3 dann den 16-fachen Flächeninhalt von k_2? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung

MII A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2021**

A 3 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt ABCDEF eines Körpers mit der Rotationsachse GK. Der Punkt G ist der Schnittpunkt der Geraden CD und FE.



Es gilt:

$\overline{AB} = \overline{CF} = 5\text{ cm}$; $\overline{AF} = \overline{BC} = 4\text{ cm}$;

$\overline{ED} = 2{,}4\text{ cm}$; $\sphericalangle GFK = 50°$;

$[AF] \parallel [GK] \parallel [BC]$.

Berechnen Sie das Volumen des Rotationskörpers auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.

$\left[\text{Zwischenergebnisse: } \overline{GK} = 2{,}98\text{ cm}; \overline{GH} = 1{,}43\text{ cm}\right]$

MII B1

Mathematik II

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das Fünfeck ABCDE.

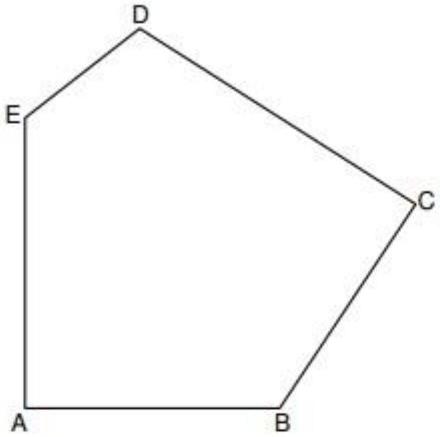
Es gilt:

$\overline{AB} = 7\,\text{cm}$; $\overline{AE} = 8\,\text{cm}$; $\overline{DE} = 4\,\text{cm}$;

$\overline{CE} = 11\,\text{cm}$; $\overline{CD} = 9\,\text{cm}$;

$\sphericalangle BAE = 90°$; $\sphericalangle AED = 128°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE sowie die Strecken [BE] und [CE].

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [BE] und das Maß des Winkels AEB.

[Teilergebnisse: $\overline{BE} = 10{,}63\,\text{cm}$; $\sphericalangle AEB = 41{,}19°$] 4 P

B 1.2 Ermitteln Sie durch Rechnung den Flächeninhalt des Vierecks ABCE.

[Zwischenergebnis: $\sphericalangle BEC = 36{,}33°$] 4 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecke [BC] und das Maß des Winkels ECB gilt: $\overline{BC} = 6{,}75\,\text{cm}$; $\sphericalangle ECB = 68{,}90°$. 2 P

B 1.4 Die Punkte $F \in [CE]$ und $G \in [BE]$ legen die Strecke [FG] fest, wobei gilt: $[FG] \parallel [BC]$ und $\overline{CF} = 3\,\text{cm}$.

Ergänzen Sie die Strecke [FG] in der Zeichnung zu B 1.1 und berechnen Sie den Flächeninhalt des Vierecks BCFG. 4 P

B 1.5 Ein Kreis mit dem Mittelpunkt A berührt die Strecke [BE] im Punkt R. Er schneidet die Strecke [AB] im Punkt Q und die Strecke [AE] im Punkt S.

Zeichnen Sie den Kreisbogen $\overset{\frown}{QS}$ und den Punkt R in die Zeichnung zu B 1.1 ein.

Ermitteln Sie sodann rechnerisch den Flächeninhalt des Sektors, der von den Strecken [AQ] und [AS] sowie dem Kreisbogen $\overset{\frown}{QS}$ begrenzt wird.

[Zwischenergebnis: $\overline{AR} = 5{,}27\,\text{cm}$] 3 P

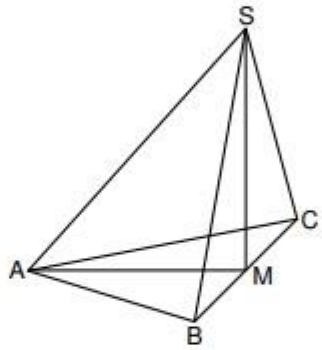
Lösung

MII B2

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS mit der Höhe $[MS]$, deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC ist. M ist der Mittelpunkt der Basis $[BC]$.



Es gilt: $\overline{AM} = 9\text{ cm}; \overline{BC} = 12\text{ cm}; \overline{MS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCS, wobei die Strecke $[AM]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt M liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}; \omega = 45°$. 2 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[AS]$, das Maß des Winkels MAS sowie das Volumen der Pyramide ABCS.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{AS} = 13{,}45\text{ cm}; \sphericalangle MAS = 48{,}01°; V_{ABCS} = 180\text{ cm}^3\right]$ 3 P

B 2.3 Für den Punkt $D \in [AS]$ gilt: $\overline{AD} = 4\text{ cm}$.
Zeichnen Sie die Strecke $[DM]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie das Maß des Winkels DMA. 3 P

B 2.4 Für Punkte R_n auf der Strecke $[MS]$ gilt: $\overline{SR_n} = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R}; 0 < x < 10)$.
Parallelen zur Strecke $[BC]$ durch die Punkte R_n schneiden die Strecke $[BS]$ in den Punkten P_n und die Strecke $[CS]$ in den Punkten Q_n. Die Dreiecke P_nMQ_n sind die Grundflächen von Pyramiden P_nMQ_nD mit der Höhe $[DF]$, wobei $F \in [MS]$ gilt.
Zeichnen Sie die Pyramide P_1MQ_1D und die Höhe $[DF]$ für $x = 5$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden P_nMQ_nD in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(-1{,}26x^2 + 12{,}64x\right)\text{cm}^3$.
$\left[\text{Zwischenergebnis: } \overline{DF} = 6{,}32\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.6 Es gibt Pyramiden P_2MQ_2D und P_3MQ_3D, deren Volumen jeweils um 90% kleiner ist als das Volumen der Pyramide ABCS.
Berechnen Sie die zugehörigen x-Werte. 3 P

MI NA1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2021

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: ____________ Platznummer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 In zwei Stromkreisen wird je eine Spule von Gleichstrom durchflossen. Wenn ein Stromkreis geöffnet wird, klingt die entsprechende Stromstärke exponentiell ab. Der Zusammenhang zwischen der Zeit x s nach dem Öffnen des Stromkreises und der Stromstärke y mA kann bei Spulen näherungsweise durch eine Funktion mit einer Gleichung der Form $y = y_0 \cdot k^x$ beschrieben werden, wobei y_0 mA die Stromstärke für $x = 0$ darstellt $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+;\, y_0 \in \mathbb{R}_0^+;\, k \in \mathbb{R}^+\right)$.

A 1.1 Für die erste Spule ergeben sich folgende Werte:

Zeit in s	0	2	3	4
Stromstärke in mA	4500	218	48	11

Zeigen Sie rechnerisch, dass für diese Spule auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet gilt: $k = 0{,}22$. Geben Sie sodann die zugehörige Funktionsgleichung an.

2 P

A 1.2 Um wie viel Prozent verringert sich die Stromstärke bei der Spule aus A 1.1 pro Sekunde? Ergänzen Sie.

Die Stromstärke verringert sich pro Sekunde um ☐ %.

1 P

A 1.3 Für die zweite Spule gilt: $k = 0{,}25$. Bei dieser wird gleichzeitig mit der Spule aus A 1.1 der Stromkreis geöffnet. Nach 3 s ergeben sich für beide Spulen die gleichen Stromstärken.
Berechnen Sie die Stromstärke der zweiten Spule in dem Moment, in dem die Stromkreise geöffnet werden.

Lösung

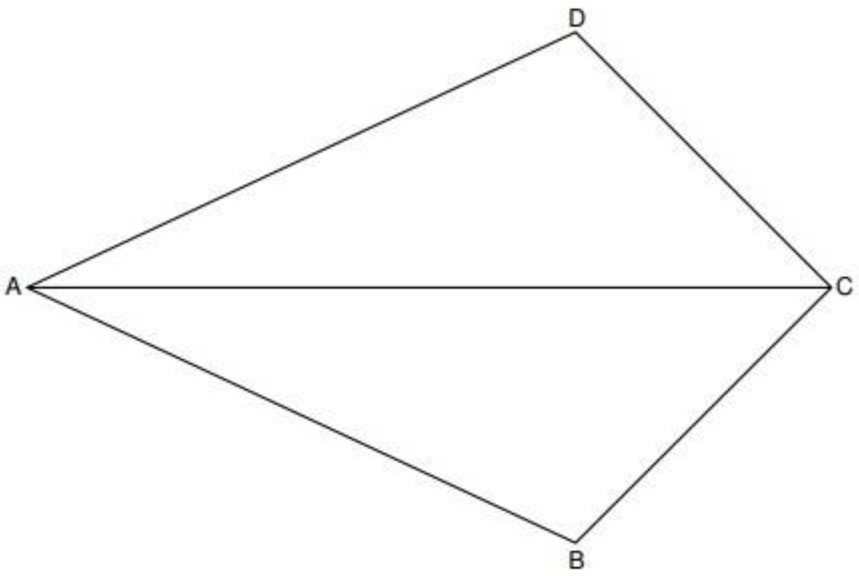
MI NA2

Aufgabe A 2 **Nachtermin 2021**

A 2.0 In der Zeichnung ist das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC dargestellt.

Es gilt: $\overline{AB} = 10\text{ cm}$; $\sphericalangle BAD = 50°$; $\sphericalangle CBA = 110°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte E_n liegen auf der Strecke $[AC]$ und legen zusammen mit dem Punkt B Strecken $[BE_n]$ fest. Die Winkel E_nBA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;110°]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[BE_1]$ für $\varphi = 15°$ in die Zeichnung zu A 2.0 ein und zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[BE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{BE_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}23}{\sin(\varphi + 25°)}\text{ cm}$.

A 2.2 Das Dreieck ABE_2 ist gleichschenklig mit der Basis $[AB]$.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABE_2.

A 2.3 Der Punkt E_3 ist der Mittelpunkt des Inkreises des Drachenvierecks ABCD.

Zeichnen Sie den Punkt E_3 sowie den Inkreis in die Zeichnung zu A 2.0 ein und berechnen Sie den Radius r des Inkreises.

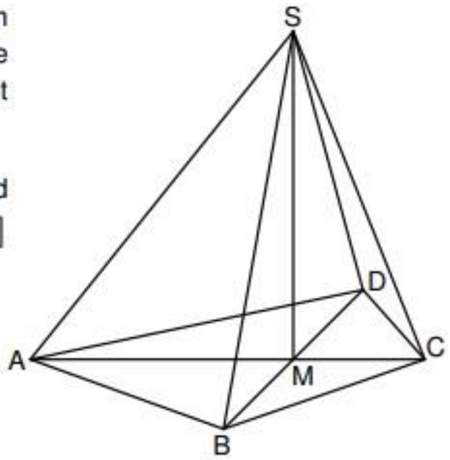
MI NA3

Aufgabe A 3 **Nachtermin 2021**

A 3.0 Das Drachenviereck ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$.

Die Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei $[AC]$ auf der Schrägbildachse liegt.

Es gilt: $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$; $\overline{AM} = 4\,\text{cm}$; $\overline{BD} = 6\,\text{cm}$; $\overline{MS} = 5\,\text{cm}$.

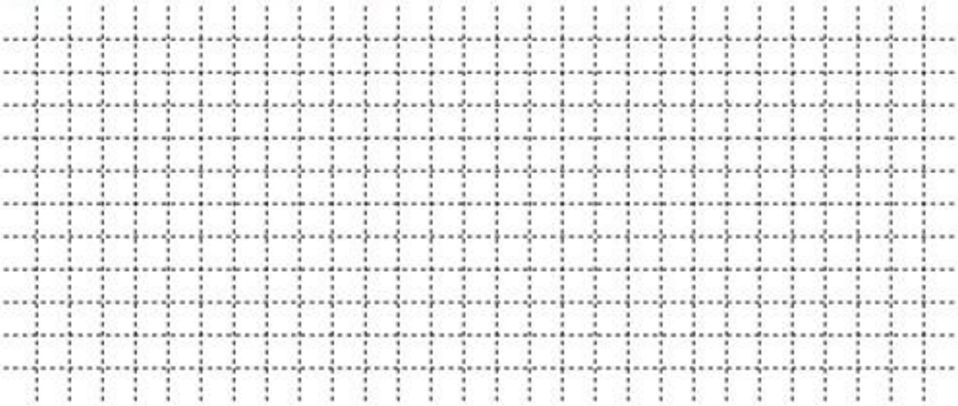


A 3.1 Der Punkt E liegt auf der Halbgeraden $[AC$ mit $\overline{AE} = 7{,}5\,\text{cm}$. Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MS]$. Die Winkel MAP_n haben das Maß φ. Die Punkte P_n sind für $\varphi \in \left]0°; 51{,}34°\right]$ die Spitzen von Pyramiden $ABEDP_n$ mit dem Drachenviereck ABED als Grundfläche sowie den Höhen $[MP_n]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABEDP_1$ für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu A 3.0 ein. 2 P

A 3.2 Berechnen Sie das Volumen V der Pyramiden $ABEDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = 30 \cdot \tan\varphi \text{ cm}^3\right]$



2 P

A 3.3 Das Volumen der Pyramide $ABEDP_2$ ist genau so groß wie das Volumen der Pyramide ABCDS.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für φ.

Lösung

MI NB1

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 0{,}2 \cdot 2^{x-1} - 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Wertemenge von f_1 an und zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-3; 6]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 8$; $-3 \leqq y \leqq 10$ — 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = 2$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für die Gleichung der Funktion f_2 gilt: $y = 0{,}4 \cdot 2^{x-2} + 3$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_2 für $x \in [-3; 6]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 3 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \,|\, 0{,}2 \cdot 2^{x-1} - 2)$ liegen auf dem Graphen zu f_1. Punkte $B_n(x+3 \,|\, -1)$ haben eine um 3 größere x-Koordinate als die Punkte A_n. Punkte C_n liegen auf dem Graphen der Funktion f_2 und ihre x-Koordinate ist um 1 größer als die Abszisse x der Punkte A_n. Die Punkte A_n, B_n und C_n sind die Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = -1$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 4$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. — 2 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für die Vektoren $\overrightarrow{A_nB_n}$ und $\overrightarrow{A_nC_n}$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:

$$\overrightarrow{A_nB_n}(x) = \begin{pmatrix} 3 \\ -0{,}2 \cdot 2^{x-1} + 1 \end{pmatrix}; \; \overrightarrow{A_nC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0{,}2 \cdot 2^{x-1} + 5 \end{pmatrix}.$$

3 P

B 1.5 Begründen Sie rechnerisch, dass der Flächeninhalt der Dreiecke $A_nB_nC_n$ stets größer als 7 FE ist. — 3 P

B 1.6 Im Dreieck $A_3B_3C_3$ liegt die Strecke $[A_3B_3]$ parallel zur x-Achse.

Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3 sowie das Maß des Winkels $B_3A_3C_3$. — 4 P

MI NB2

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Der Punkt $C(2|-1)$ ist gemeinsamer Eckpunkt von Rauten $A_nB_nCD_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n. Die Punkte $A_n(x|0{,}25x+2)$ liegen auf der Geraden g mit der Gleichung $y=0{,}25x+2$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Diagonalen $[A_nC]$ der Rauten sind doppelt so lang wie die Diagonalen $[B_nD_n]$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Gerade g und die Rauten $A_1B_1CD_1$ für $x=-8$ und $A_2B_2CD_2$ für $x=4$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-9 \leqq x \leqq 5$; $-3 \leqq y \leqq 4$ — 3 P

B 2.2 Begründen Sie, weshalb die Winkel B_nA_nC stets das gleiche Maß besitzen. — 1 P

B 2.3 Für die Rauten $A_3B_3CD_3$ und $A_4B_4CD_4$ gilt: $\overline{A_3C}=\overline{A_4C}=7\,\text{LE}$.

Berechnen Sie die zugehörigen Belegungen von x. — 4 P

B 2.4 Zeigen Sie, dass für die Koordinaten der Punkte M_n und D_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$M_n(0{,}5x+1|0{,}13x+0{,}5)$ und $D_n(0{,}57x+1{,}75|-0{,}12x+1)$. — 5 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen t der Punkte D_n. — 2 P

B 2.6 Bei der Raute $A_5B_5CD_5$ liegt der Punkt D_5 ebenfalls auf der Geraden g.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes A_5. — 3 P

Lösung

MII NA1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2020

an den Realschulen in Bayern

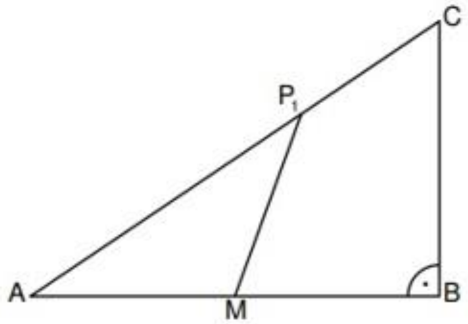
Mathematik II

Name: ________________________ Vorname: ________________________

Klasse: ____________ Platznummer: ____________ Punkte: ____________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das rechtwinklige Dreieck ABC mit der Hypotenuse $[AC]$.
M ist der Mittelpunkt der Strecke $[AB]$.
Punkte P_n liegen auf der Strecke $[AC]$ mit $\overline{AP_n}(x) = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R};\ x \in \,]0;10{,}86[\,)$.
Es gilt: $\overline{AB} = 9\text{ cm}$; $\sphericalangle BAC = 34°$; $\sphericalangle BMP_1 = 70°$.



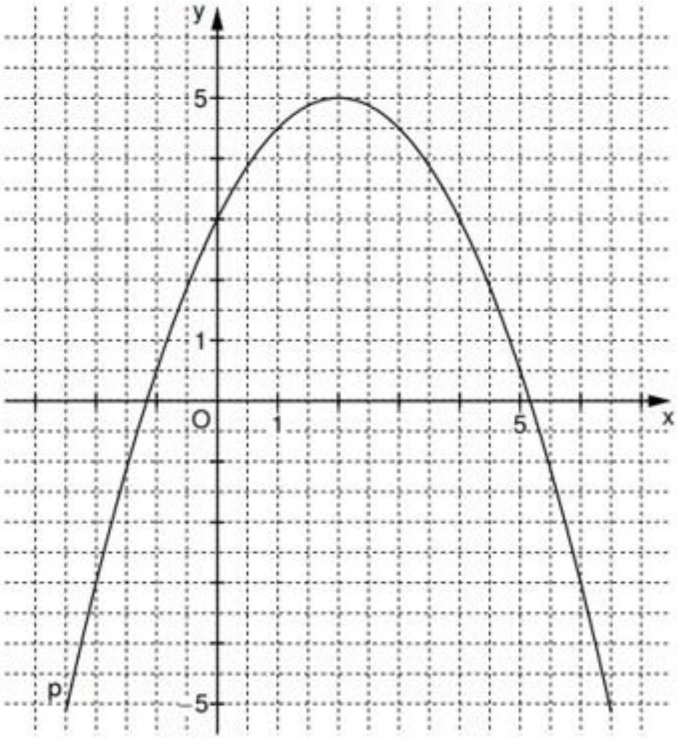
A 1.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[AC]$ und $[AP_1]$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 1.2 Begründen Sie, weshalb für alle Punkte P_n gilt: $\sphericalangle BMP_n + \sphericalangle MP_nC = 214°$.

MII NA2

A 2.0 Die Parabel p hat die Gleichung $y=-0{,}5x^2+2x+3$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$). Die Parabel q ist eine nach oben geöffnete Normalparabel mit dem Scheitelpunkt $S(1|-4)$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Zeichnen Sie die Parabel q für $x\in[-2;4]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und zeigen Sie rechnerisch, dass q die Gleichung $y=x^2-2x-3$ ($\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R}$) hat.

A 2.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte A und C der Parabeln p und q, wobei gelten soll: $x_A<x_C$.

[Teilergebnis: $x_A=-1{,}07$; $x_C=3{,}74$]

A 2.3 Punkte $B_n(x|x^2-2x-3)$ auf der Parabel q und Punkte $D_n(x|-0{,}5x^2+2x+3)$ auf der Parabel p haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit den Punkten A und C für $x\in]-1{,}07;3{,}74[$ Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n.

Zeichnen Sie das Viereck AB_1CD_1 für $x=1$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

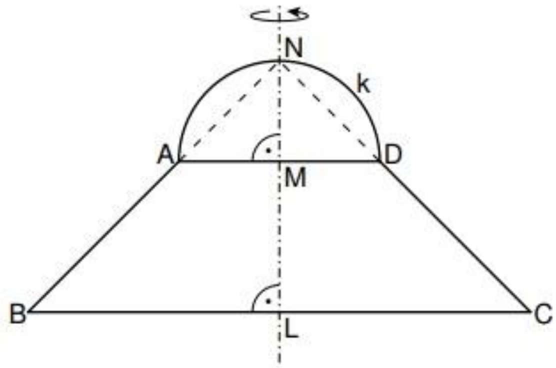
A 2.4 Ist das Viereck AB_1CD_1 ein Trapez mit den Grundseiten $[AD_1]$ und $[B_1C]$? Begründen Sie Ihre Entscheidung rechnerisch.

Lösung

MII NA3

Aufgabe A 3 **Nachtermin 2021**

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt eine zur Geraden LN achsensymmetrische Figur, die aus dem gleichschenkligen Trapez ABCD und dem Halbkreis k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = \overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MN}$ besteht.



Es gilt: $\overline{BC} = 10\text{ cm}; \overline{LM} = 3\text{ cm};$
$N \in BA; N \in CD; N \in k.$

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 3.1 Begründen Sie, dass gilt: $\sphericalangle AND = 90°$.

Bestimmen Sie sodann den Radius r des Halbkreises k.

[Teilergebnis: $r = 2\text{ cm}$]

3 P

A 3.2 Durch Rotation der Figur aus A 3.0 um die Achse LN entsteht ein Rotationsköper. Berechnen Sie dessen Volumen.

MII NB1

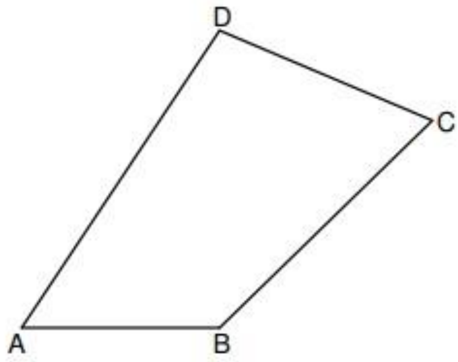
Mathematik II

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt das Viereck ABCD.

Es gilt:
$\overline{AB} = 6\text{ cm}$; $\overline{BC} = \overline{BD} = 9\text{ cm}$;
$\overline{CD} = 7\text{ cm}$; $\sphericalangle DBA = 90°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Viereck ABCD sowie die Strecke [BD].
Berechnen Sie sodann den Umfang des Vierecks ABCD. 4 P

B 1.2 Berechnen Sie das Maß des Winkels BDC.
$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle BDC = 67{,}11°]$ 2 P

B 1.3 Die Strecke [CE] mit $E \in [BD]$ ist senkrecht zur Strecke [BD].
Ergänzen Sie die Zeichnung zu B 1.1 um die Strecke [CE].
Bestimmen Sie sodann rechnerisch die Längen der Strecken [CE] und [DE].
$[\text{Teilergebnisse: } \overline{CE} = 6{,}45\text{ cm};\ \overline{DE} = 2{,}72\text{ cm}]$ 3 P

B 1.4 Die Strecke [EN] ist die kürzeste Verbindung des Punktes E zur Strecke [BC].
Zeichnen Sie die Strecke [EN] in die Zeichnung zu B 1.1 ein und berechnen Sie deren Länge. 4 P

B 1.5 Der Kreis mit dem Mittelpunkt D und dem Radius $r = \overline{DE}$ schneidet die Strecke [CD] im Punkt F.
Ergänzen Sie in der Zeichnung zu B 1.1 den zugehörigen Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Figur BCFE, die durch die Strecken [EB], [BC], [CF] und den Kreisbogen $\overset{\frown}{EF}$ begrenzt wird. 3 P

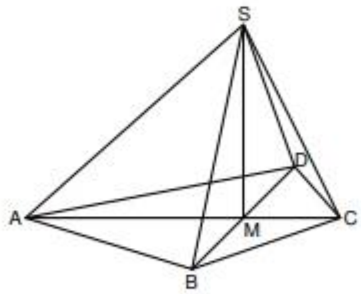
Lösung

MII NB2

Mathematik II

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[MS]$, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD ist. M ist der Diagonalenschnittpunkt des Drachenvierecks ABCD.



Es gilt:
$\overline{AC} = 13\text{ cm}$; $\overline{AM} = 9\text{ cm}$; $\overline{BD} = 12\text{ cm}$; $\overline{MS} = 8\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[AS]$ und das Maß des Winkels SCA.

$[\text{Teilergebnisse: } \overline{AS} = 12{,}04\text{ cm};\ \sphericalangle SCA = 63{,}43°]$ 4 P

B 2.2 Der Punkt N liegt auf der Strecke $[MS]$ mit $\overline{MN} = 2{,}5\text{ cm}$. Der Punkt F ist der Schnittpunkt der Halbgeraden $[AN$ mit der Strecke $[CS]$.

Zeichnen Sie den Punkt N und die Strecke $[AF]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie das Maß des Winkels CAF.

$[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle CAF = 15{,}52°]$ 2 P

B 2.3 Der Punkt N ist der Diagonalenschnittpunkt des Drachenvierecks AEFG mit den Diagonalen $[AF]$ und $[EG]$, wobei gilt: $E \in [BS]$, $G \in [DS]$ und $[EG] \parallel [BD]$.

Zeichnen Sie die Strecke $[EG]$ und das Drachenviereck AEFG in das Schrägbild zu B 2.1 ein und berechnen Sie den Flächeninhalt A_{AEFG} des Drachenvierecks AEFG.

$[\text{Teilergebnis: } A_{AEFG} = 48{,}88\text{ cm}^2]$ 5 P

B 2.4 Für Punkte $P_n \in [AS]$ gilt: $\overline{AP_n}(x) = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R};\ 0 < x \leq 12{,}04)$. Sie sind die Spitzen von Pyramiden $AEFGP_n$ mit den Höhenfußpunkten $Q_n \in [AF]$.

Zeichnen Sie die Pyramide $AEFGP_1$ und die Pyramidenhöhe $[P_1Q_1]$ für $x = 7$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Zeigen Sie sodann, dass für die Pyramidenhöhen $[P_nQ_n]$ in Abhängigkeit von x gilt: $\overline{P_nQ_n}(x) = 0{,}44 \cdot x\text{ cm}$. 4 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide $AEFGP_2$ beträgt 14 cm^3.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert für x. 2 P