Besuchen Sie auch die Seite **http://www.matheaufgaben-loesen.de/**
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

Realschulabschlussprüfungen Bayern

2019 MI A1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2019
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: ________________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

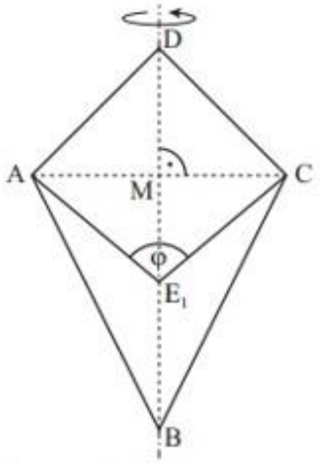
A 1.0 Gegeben ist das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse BD und dem Diagonalenschnittpunkt M.

Es gilt: $\overline{AM} = \overline{DM} = 2\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 6\text{ cm}$.

Punkte E_n auf der Strecke $[BM]$ legen zusammen mit den Punkten A, C und D die Drachenvierecke AE_nCD fest. Die Winkel CE_nA haben das Maß φ mit $\varphi \in [\,53{,}13°;180°\,[$.

Die Zeichnung zeigt das Drachenviereck ABCD und das Drachenviereck AE_1CD für $\varphi = 100°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 1.1 Zeichnen Sie das Drachenviereck AE_2CD für $\varphi = 70°$ in die Zeichnung zu A 1.0 ein.
Bestätigen Sie sodann die untere Intervallgrenze für φ durch Rechnung.

A 1.2 Die Drachenvierecke AE_nCD rotieren um die Gerade BD.
Zeigen Sie, dass für das Volumen V der entstehenden Rotationskörper in Abhängigkeit von φ gilt: $V(\varphi) = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan(0{,}5 \cdot \varphi)}\right)\text{cm}^3$.

A 1.3 Das Drachenviereck AE_3CD ist ein Quadrat.
Bestimmen Sie das Volumen des zugehörigen Rotationskörpers.

Lösung

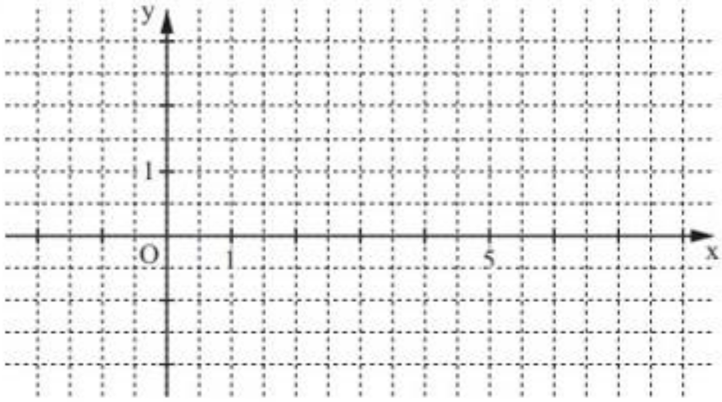
MI A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin 2019**

A 2.0 Der Punkt $A(2|-1)$ legt zusammen mit den Pfeilen $\overrightarrow{AB_n}(\varphi)=\begin{pmatrix}-3\cdot\sin\varphi+2\\2\cdot\sin\varphi+2\end{pmatrix}$ und Punkten C_n gleichschenklige Dreiecke AB_nC_n mit den Basen $[B_nC_n]$ fest $(\varphi\in[0°;360°])$.

Es gilt: $\measuredangle B_nAC_n=30°$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten des Pfeils $\overrightarrow{AB_1}$ für $\varphi=210°$ und zeichnen Sie das zugehörige Dreieck AB_1C_1 in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

A 2.2 Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von φ.
$[\text{Ergebnis: } C_n(-3{,}60\cdot\sin\varphi+2{,}73|0{,}23\cdot\sin\varphi+1{,}73)]$

A 2.3 Für welches Maß von φ wird die Abszisse der Punkte C_n minimal?
Kreuzen Sie an.

☐ 0° ☐ 45° ☐ 90° ☐ 180° ☐ 270°

A 2.4 Für $\varphi\in[0°;120°]$ gibt es das Dreieck AB_2C_2, dessen Punkt C_2 auf der y-Achse liegt.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes B_2.

MI A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2019**

A 3.0 Vitamin D kann im menschlichen Körper produziert werden, wenn Sonnenstrahlung unter bestimmten Bedingungen auf die Haut trifft. Im Winterhalbjahr nimmt daher die Konzentration von Vitamin D im Körper normalerweise ab.
Bei Andreas wurde Ende September eine Anfangskonzentration von 55 Nanogramm Vitamin D pro Milliliter Blut $\left(55\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}\right)$ gemessen. Der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D lässt sich bei Andreas näherungsweise durch die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 55 \cdot 0{,}93^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+\right)$ beschreiben.

A 3.1 Um wie viel Prozent reduziert sich folglich bei Andreas die Konzentration an Vitamin D in einer Woche? Ergänzen Sie.

Die Konzentration reduziert sich in einer Woche um $\boxed{\quad\quad \%.}$ 1 P

A 3.2 Berechnen Sie mithilfe der Funktion f_1 die Konzentration an Vitamin D bei Andreas nach 21 Tagen.
Runden Sie auf zwei Nachkommastellen. 1 P

A 3.3 Berechnen Sie, in welcher Woche sich die Anfangskonzentration an Vitamin D bei Andreas entsprechend der Funktion f_1 halbiert. 2 P

A 3.4 Bei Stephan wurde gleichzeitig mit Andreas eine Messung begonnen. Bei Stephan lässt sich der Zusammenhang zwischen der Anzahl x der Wochen und der verbleibenden Konzentration $y\,\frac{\text{ng}}{\text{ml}}$ an Vitamin D annähernd durch die Funktion f_2 mit der Gleichung $y = 51 \cdot 0{,}91^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ beschreiben.
Ist es unter diesen Voraussetzungen möglich, dass die Konzentrationen an Vitamin D zu einem Zeitpunkt bei Stephan und Andreas den gleichen Wert erreichen?
Begründen Sie Ihre Entscheidung ohne Rechnung.

[Lösung](#)

MI B1

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = 10 \cdot 0{,}5^{x+3} + 2$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$).

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge der Funktion f_1 an.

Zeichnen Sie sodann den Graphen zu f_1 für $x \in [-2{,}5; 5]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-5 \leqq x \leqq 5$; $-6 \leqq y \leqq 10$ 2 P

B 1.2 Der Graph der Funktion f_1 wird durch Achsenspiegelung an der x-Achse sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = -10 \cdot 0{,}5^{x+5} - 1$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ besitzt.

Geben Sie sodann die Gleichung ihrer Asymptote an und zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-4; 5]$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 4 P

B 1.3 Punkte $A_n(x \mid 10 \cdot 0{,}5^{x+3} + 2)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n(x \mid -10 \cdot 0{,}5^{x+5} - 1)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit Punkten B_n und D_n die Eckpunkte von Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$. Die Punkte D_n liegen ebenfalls auf dem Graphen zu f_1, ihre Abszisse ist um 2 größer als die Abszisse x der Punkte A_n.

Zeichnen Sie die Parallelogramme $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 1{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein. 2 P

B 1.4 Berechnen Sie das Maß des Winkels $A_1D_1C_1$. 4 P

B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Koordinaten der Punkte B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $B_n(x - 2 \mid 5 \cdot 0{,}5^{x+3} - 1)$.

$\left[\text{Teilergebnis: } D_n(x + 2 \mid 10 \cdot 0{,}5^{x+5} + 2)\right]$ 3 P

B 1.6 Unter den Parallelogrammen $A_nB_nC_nD_n$ gibt es die Raute $A_3B_3C_3D_3$.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes A_3. 3 P

MI B2

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Haupttermin**

B 2.0 Das Quadrat ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH mit der Höhe $[AE]$. Der Schnittpunkt der Diagonalen $[EG]$ und $[FH]$ des Quadrats EFGH ist der Punkt N.

Es gilt: $\overline{AB} = 7\text{ cm}$; $\overline{AE} = 9\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke $[AC]$ gilt: $\overline{AC} = 9{,}90\text{ cm}$.

Zeichnen Sie sodann das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. 3 P

B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CN]$ sowie das Maß des Winkels CNG.

$[\text{Ergebnis: } \sphericalangle CNG = 61{,}19°]$ 2 P

B 2.3 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[CN]$. Die Winkel P_nEN haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 42{,}27°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten N und E die Eckpunkte von Dreiecken P_nNE.

Zeichnen Sie das Dreieck P_1NE für $\varphi = 38°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für φ. 2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[NP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{NP_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}95 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 118{,}81°)}\text{ cm}$. 2 P

B 2.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $EFHP_n$ mit den Höhen $[P_nT_n]$, deren Fußpunkte T_n auf der Strecke $[EG]$ liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide $EFHP_1$ und ihre Höhe $[P_1T_1]$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $EFHP_n$ in Abhängigkeit von φ.

$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{P_nT_n}(\varphi) = \dfrac{4{,}34 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 118{,}81°)}\text{ cm}\right]$ 3 P

B 2.6 Die Punkte P_n sind auch die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$.
Für die Pyramiden $EFHP_2$ und $ABCDP_2$ gilt: $V_{EFHP_2} = V_{ABCDP_2}$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ. 4 P

Lösung

MII A1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

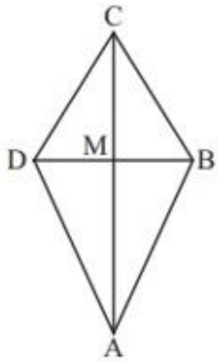
Mathematik II

Name: ____________________ Vorname: ____________________

Klasse: __________ Platznummer: ____________________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Haupttermin**

A 1.0 Pia möchte einen Flugdrachen bauen. Dazu erstellt sie nebenstehende Skizze eines Drachenvierecks ABCD mit der Symmetrieachse AC und dem Diagonalenschnittpunkt M.



Es gilt: $\overline{AB} = 95\text{ cm}$; $\overline{AC} = 150\text{ cm}$; $\overline{BC} = 75\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf Ganze.

A 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Maß des Winkels ACB gilt: $\sphericalangle ACB = 32°$.

A 1.2 Berechnen Sie die Länge der Diagonale $[BD]$ und den Flächeninhalt A des Drachenvierecks ABCD.
$\left[\text{Ergebnis: } \overline{BD} = 79\text{ cm}\right]$

A 1.3 Da es im Baumarkt nur Holzstäbe mit einer Länge von 100 cm gibt, beschließt Pia, für die Diagonale $[AC]$ diese Länge zu verwenden. Die Diagonale $[BD]$ bleibt unverändert.
Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent sich der Flächeninhalt dadurch verringert.

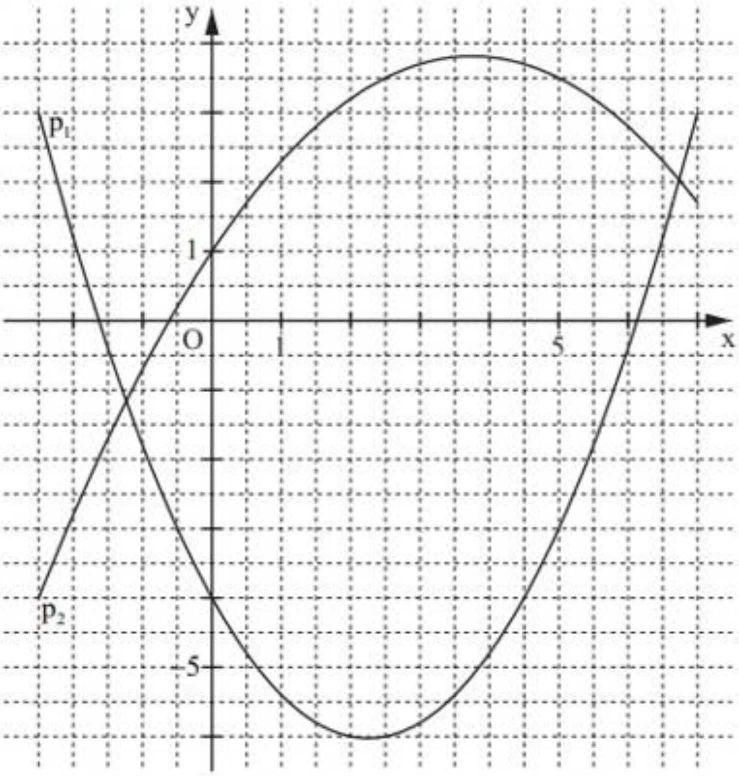
☐ 25% ☐ 33% ☐ 50% ☐ 67%

MII A2

Aufgabe A 2 **Haupttermin 2019**

A 2.0 Gegeben sind die Parabeln p_1 mit der Gleichung $y = 0{,}4x^2 - 1{,}8x - 4$ und p_2 mit der Gleichung $y = -0{,}2x^2 + 1{,}5x + 1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Punkte $B_n(x|0{,}4x^2 - 1{,}8x - 4)$ auf p_1 und Punkte $C_n(x|-0{,}2x^2 + 1{,}5x + 1)$ auf p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit $A(0|1)$ für $x \in]0;6{,}74[$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n.

A 2.2 Begründen Sie, weshalb es unter den Dreiecken AB_nC_n kein Dreieck AB_0C_0 gibt, dessen Seite $[B_0C_0]$ eine Länge von 10 LE besitzt.

A 2.3 Die Mittelpunkte M_n der Seiten $[B_nC_n]$ haben dieselbe Abszisse x wie die Punkte B_n. Zeigen Sie, dass für die y-Koordinate y_M der Punkte M_n gilt:
$y_M = 0{,}1x^2 - 0{,}15x - 1{,}5$.

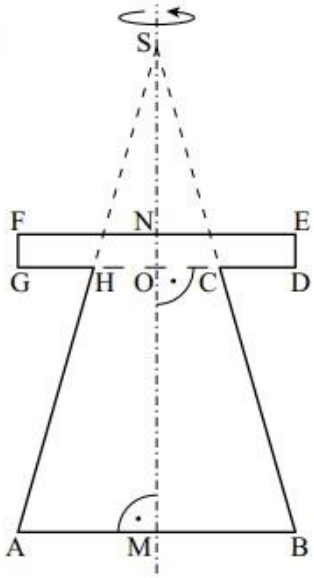
A 2.4 Das Dreieck AB_2C_2 ist gleichschenklig mit der Basis $[B_2C_2]$.
Berechnen Sie die x-Koordinate des Punktes M_2.

Lösung

MII A3

Aufgabe A 3 **Haupttermin 2019**

A 3.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt ABCDEFGH eines Körpers mit der Rotationsachse MS. Diese Skizze dient als Vorlage zur Herstellung einer Sitzgelegenheit.



Es gilt:

$\overline{AM} = \overline{GO} = \overline{FN} = 21\text{ cm};\ AM \parallel GO \parallel FN;$

$\overline{FG} = 5\text{ cm};\ FG \parallel ED;$

$\sphericalangle ASM = 16°;\ \overline{MN} = 45\text{ cm}.$

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 3.1 Berechnen Sie die Längen der Strecken $[MS]$ und $[HC]$.

$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MS} = 73{,}2\text{ cm};\ \overline{HC} = 19{,}0\text{ cm}\right]$

2 P

A 3.2 Bestimmen Sie rechnerisch das Volumen V des Rotationskörpers.

MII B1

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

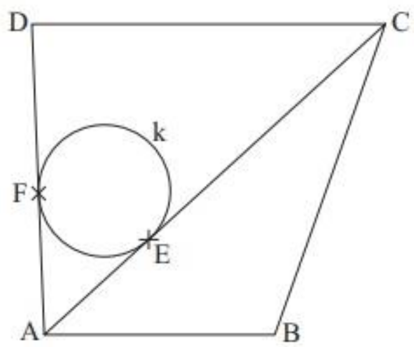
B 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Trapez ABCD.

Es gilt:

$\overline{AB} = 7\text{ cm}; \overline{BC} = 10\text{ cm}; \overline{AC} = 14\text{ cm};$

$\sphericalangle CAD = 50°; AB \parallel CD.$

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 1.1 Zeichnen Sie das Trapez ABCD und berechnen Sie das Maß β des Winkels CBA sowie das Maß ε des Winkels BAC.
$[\text{Ergebnisse: } \beta = 109{,}62°; \varepsilon = 42{,}28°]$ 4 P

B 1.2 Die Strecke $[BP]$ ist die kürzeste Verbindung des Punktes B zur Strecke $[AC]$.

Ergänzen Sie in der Zeichnung zu B 1.1 die Strecke $[BP]$.

Berechnen Sie sodann den Umfang u des Dreiecks ABP. 3 P

B 1.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Trapezes ABCD.
$[\text{Ergebnis: } A = 83{,}51\text{ cm}^2]$ 3 P

B 1.4 Der Kreis k mit dem Mittelpunkt M berührt die Strecke $[AC]$ im Punkt E und die Strecke $[AD]$ im Punkt F. Für den Radius r gilt: $r = \overline{ME} = \overline{MF} = 2\text{ cm}$.

Ergänzen Sie in der Zeichnung zu B 1.1 den Kreis k mit dem Mittelpunkt M.

Berechnen Sie sodann den prozentualen Anteil des Flächeninhalts des Kreises k am Flächeninhalt des Trapezes ABCD. 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Figur, die durch die Strecken $[AE]$ und $[AF]$ sowie den Kreisbogen $\overset{\frown}{FE}$ mit dem zugehörigen Mittelpunkt M begrenzt wird. 4 P

Lösung

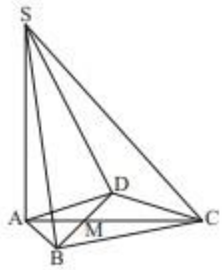
MII B2

Aufgabe B 2 — **Haupttermin**

B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCDS mit der Höhe $[AS]$, deren Grundfläche das Drachenviereck ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist.

Es gilt: $\overline{AC} = 9\text{ cm}$; $\overline{AM} = 3\text{ cm}$; $\overline{BD} = 8\text{ cm}$; $\overline{AS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke $[AC]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$. **Links vom Punkt A sind 5 cm freizuhalten.**

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke $[MS]$ und das Maß φ des Winkels SMA.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MS} = 10{,}44\text{ cm}; \varphi = 73{,}30°\right]$ 4 P

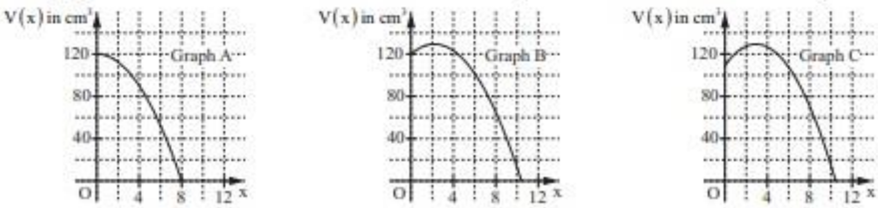
B 2.2 Für Punkte P_n auf der Strecke $[MS]$ gilt: $\overline{SP_n}(x) = x\text{ cm}$ $(x \in \mathbb{R} \text{ und } 0 < x < 10{,}44)$.
Verlängert man die Diagonale $[AC]$ über den Punkt A hinaus um $1{,}5x\text{ cm}$, so erhält man Punkte A_n und es entstehen neue Pyramiden A_nBCDP_n.
Zeichnen Sie die Pyramide A_1BCDP_1 und die zugehörige Höhe $[P_1F_1]$ mit dem Höhenfußpunkt $F_1 \in [A_1C]$ für $x = 3$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein. 2 P

B 2.3 Berechnen Sie das Maß α des Winkels MA_1P_1. 3 P

B 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für das Volumen V der Pyramiden A_nBCDP_n in Abhängigkeit von x gilt: $V(x) = \left(-1{,}92x^2 + 8{,}48x + 120\right)\text{cm}^3$.
$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{P_nF_n}(x) = (10 - 0{,}96x)\text{ cm}\right]$ 3 P

B 2.5 Unter den Pyramiden A_nBCDP_n hat die Pyramide A_0BCDP_0 das maximale Volumen V_{max}. Berechnen Sie, um wie viel Prozent V_{max} größer als das Volumen der ursprünglichen Pyramide ABCDS ist. 3 P

B 2.6 Zwei der folgenden Graphen stellen nicht das Volumen der Pyramiden A_nBCDP_n in Abhängigkeit von x dar. Geben Sie diese an und begründen Sie Ihre Entscheidung.



2 P

MI NA1

Prüfungsdauer:
150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

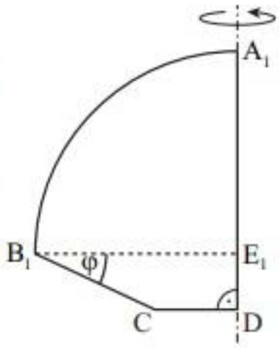
Mathematik I

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: ______________ Punkte: __________

Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Gegeben sind die Trapeze B_nCDE_n mit den parallelen Seiten $[CD]$ und $[B_nE_n]$. Die Winkel CB_nE_n haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°;90°[$.
Kreise k_n mit den Mittelpunkten E_n haben die Radien $r_n = \overline{B_nE_n}$ und schneiden die Halbgeraden $[DE_n$ in den Punkten A_n.
Die Figuren A_nB_nCD werden von den Kreisbögen $\overset{\frown}{A_nB_n}$ sowie den Strecken $[B_nC]$, $[CD]$ und $[DA_n]$ begrenzt.
Es gilt: $\overline{CD} = 2{,}5\text{ cm}$; $\overline{B_nC} = 4\text{ cm}$; $\sphericalangle E_nDC = 90°$.
Die nebenstehende Skizze zeigt die Figur A_1B_1CD für $\varphi = 25°$.



A 1.1 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[B_nE_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt: $\overline{B_nE_n}(\varphi) = (4 \cdot \cos\varphi + 2{,}5)\text{ cm}$.

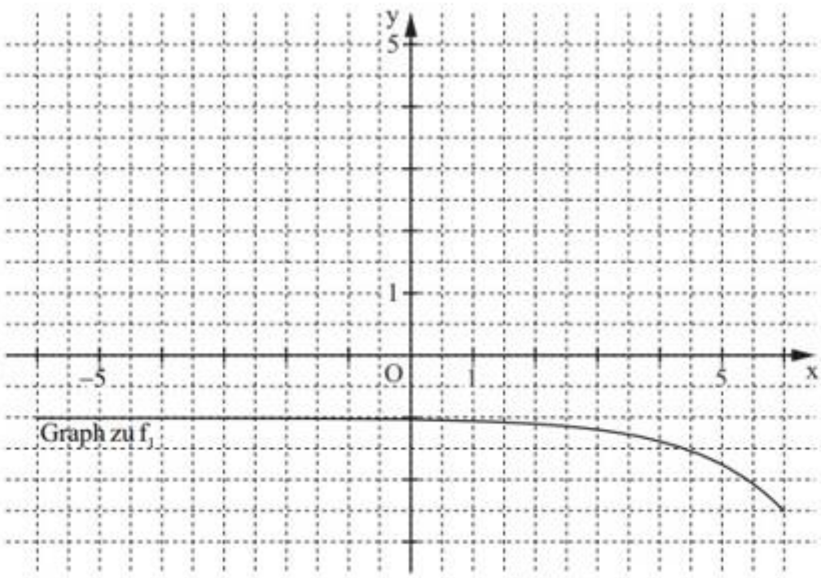
2 P

A 1.2 Die Figuren A_nB_nCD rotieren um die Geraden A_nD. Bestandteile der entstehenden Rotationskörper sind Halbkugeln. Bei dem Körper, der durch Rotation der Figur A_2B_2CD entsteht, hat die Halbkugel ein Volumen von 135 cm^3.
Bestimmen Sie rechnerisch den Radius r_2 sowie das zugehörige Maß für φ.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

Lösung

MI NA2

A 2.0 Im Koordinatensystem ist der Graph der Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -1{,}5 \cdot 2^{x-6} - 1$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) eingezeichnet.



A 2.1 Durch Parallelverschiebung mit dem Vektor $\vec{v}$ wird der Graph zu f_1 auf den Graphen der Funktion f_2 mit der Gleichung $y = -1{,}5 \cdot 2^{x-2} + 4$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$) abgebildet.

Zeichnen Sie den Graphen zu f_2 für $x \in [-6;4]$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

Geben Sie sodann den Verschiebungsvektor $\vec{v}$ an.

A 2.2 Punkte $B_n\left(x \middle| -1{,}5 \cdot 2^{x-6} - 1\right)$ auf dem Graphen zu f_1 und Punkte $C_n\left(x \middle| -1{,}5 \cdot 2^{x-2} + 4\right)$ auf dem Graphen zu f_2 haben dieselbe Abszisse x und sind zusammen mit dem Punkt $A(-5|1{,}5)$ für $-5 < x < 3{,}83$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n.

Zeichnen Sie das Dreieck AB_1C_1 für $x = -1$ in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein.

A 2.3 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[B_nC_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $\overline{B_nC_n}(x) = (-1{,}41 \cdot 2^{x-2} + 5)$ LE.

A 2.4 Das Dreieck AB_2C_2 ist rechtwinklig mit $\sphericalangle AC_2B_2 = 90°$.
Zeichnen Sie das Dreieck AB_2C_2 in das Koordinatensystem zu A 2.0 ein und berechnen Sie dessen Flächeninhalt.

MI NA3

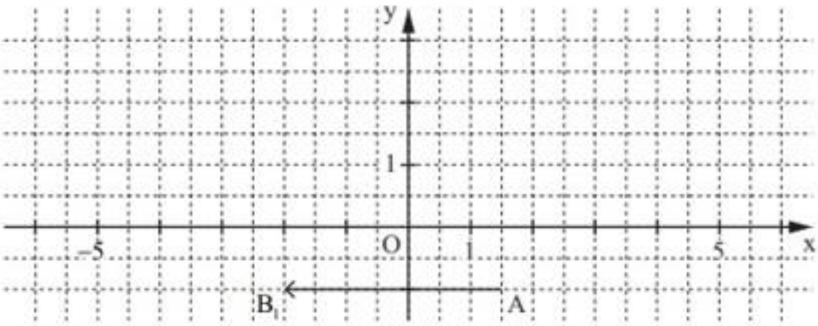
Aufgabe A 3 **Nachtermin 2019**

A 3.0 Der Punkt $A(1,5|-1)$ legt zusammen mit Punkten $B_n(\sin\varphi-3|4\cdot\cos^2\varphi-1)$ für $\varphi\in[0°;360°]$ Pfeile $\overrightarrow{AB_n}$ fest.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 3.1 Im Koordinatensystem ist der Pfeil $\overrightarrow{AB_1}=\begin{pmatrix}-3,5\\0\end{pmatrix}$ eingezeichnet.

Bestimmen Sie den zugehörigen Wert von φ.



A 3.2 Zeichnen Sie den Pfeil $\overrightarrow{AB_2}$ für $\varphi=150°$ in das Koordinatensystem zu A 3.1 ein.

A 3.3 Zeigen Sie, dass für den Trägergraphen der Punkte B_n gilt:

$y=3-4\cdot(x+3)^2$ $(\mathbb{G}=\mathbb{R}\times\mathbb{R})$.

Lösung

MI NB1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2019
an den Realschulen in Bayern

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Gegeben sind die Geraden g mit der Gleichung $y = 0{,}25x + 6$ und h mit der Gleichung $y = x - 1$ $(\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R})$. Punkte $D_n(x|x-1)$ mit der Abszisse x liegen auf der Geraden h. Punkte A_n auf der Geraden g haben eine um 2 kleinere Abszisse als die Punkte D_n.
Die Punkte A_n und D_n bilden zusammen mit Punkten B_n und C_n Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ mit den Symmetrieachsen A_nC_n.

Es gilt: $\sphericalangle B_nA_nD_n = 90°$; $\overline{A_nC_n} = 1{,}5 \cdot \overline{B_nD_n}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie die Geraden g und h sowie die Drachenvierecke $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 7$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-6 \leqq x \leqq 8$; $-5 \leqq y \leqq 8$ 4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_n und B_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte D_n.
[Ergebnisse: $A_n(x-2|0{,}25x+5{,}5)$; $B_n(1{,}75x-8{,}5|0{,}25x+3{,}5)$] 4 P

B 1.3 Die Diagonale $[B_3D_3]$ des Drachenvierecks $A_3B_3C_3D_3$ liegt parallel zur Geraden g.
Berechnen Sie die Abszisse x des Punktes D_3. 3 P

B 1.4 Zeigen Sie, dass für den Flächeninhalt A der Drachenvierecke $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von x gilt:
$A(x) = (0{,}84x^2 - 14{,}63x + 69{,}38)$ FE. 4 P

B 1.5 Im Drachenviereck $A_4B_4C_4D_4$ haben die Punkte A_4 und C_4 dieselbe Abszisse.
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Drachenvierecks $A_4B_4C_4D_4$. 3 P

MI NB2

Mathematik I

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEF. Der Punkt M ist der Mittelpunkt der Basis $[AC]$. Der Punkt D liegt senkrecht über dem Punkt A und der Punkt N ist der Mittelpunkt der Strecke $[DF]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{MB} = 8\text{ cm}$; $\overline{AD} = 5\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Strecke $[MB]$ auf der Schrägbildachse und der Punkt M links vom Punkt B liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Zeichnen Sie sodann die Strecke $[BN]$ ein und berechnen Sie das Maß des Winkels NBM. 3 P

B 2.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke $[MB]$. Die Winkel P_nEB haben das Maß φ mit $\varphi \in \left]0°; 57{,}99°\right]$. Die Strecken $[BN]$ und $[EP_n]$ schneiden sich in Punkten Q_n.

Zeichnen Sie für $\varphi = 45°$ die Strecke $[EP_1]$ und den Punkt Q_1 in das Schrägbild zu B 2.1 ein.

Begründen Sie sodann rechnerisch die obere Intervallgrenze für φ. 2 P

B 2.3 Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecken $[EQ_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{EQ_n}(\varphi) = \frac{4{,}24}{\sin(\varphi + 57{,}99°)}\text{ cm}.$$

Unter den Strecken $[EQ_n]$ hat die Strecke $[EQ_0]$ die minimale Länge.

Berechnen Sie die Länge der Strecke $[NQ_0]$. 4 P

B 2.4 Der Punkt A ist die Spitze von Pyramiden Q_nBEA mit den Grundflächen Q_nBE.

Zeichnen Sie die Pyramide Q_1BEA in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden Q_nBEA in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } V(\varphi) = \frac{21{,}2 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 57{,}99°)}\text{ cm}^3\right]$$ 3 P

B 2.5 Das Volumen der Pyramide Q_2BEA ist um 95% kleiner als das Volumen des Prismas ABCDEF.

Berechnen Sie das zugehörige Maß für φ. 4 P

Lösung

MII NA1

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Abschlussprüfung 2019

an den Realschulen in Bayern

Mathematik II

Name: ______________________ Vorname: ______________________

Klasse: __________ Platznummer: ______________ Punkte: __________

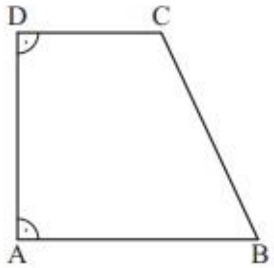
Aufgabe A 1 **Nachtermin**

A 1.0 Nebenstehende Skizze zeigt das Viereck ABCD mit folgenden Maßen:

$\overline{AB} = 8{,}7\text{ cm}$; $\overline{CD} = 5{,}2\text{ cm}$;

$\sphericalangle BAD = \sphericalangle ADC = 90°$; $\sphericalangle DCB = 115°$.

Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.



A 1.1 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Vierecks ABCD.

[Ergebnis: $A = 52{,}1\text{ cm}^2$]

3 P

A 1.2 Der Flächeninhalt des Kreissektors mit dem Mittelpunkt B und dem Mittelpunktswinkel $\sphericalangle CBA$ beträgt 5 % des Flächeninhalts des Vierecks ABCD.

Berechnen Sie den Radius r des Kreissektors.

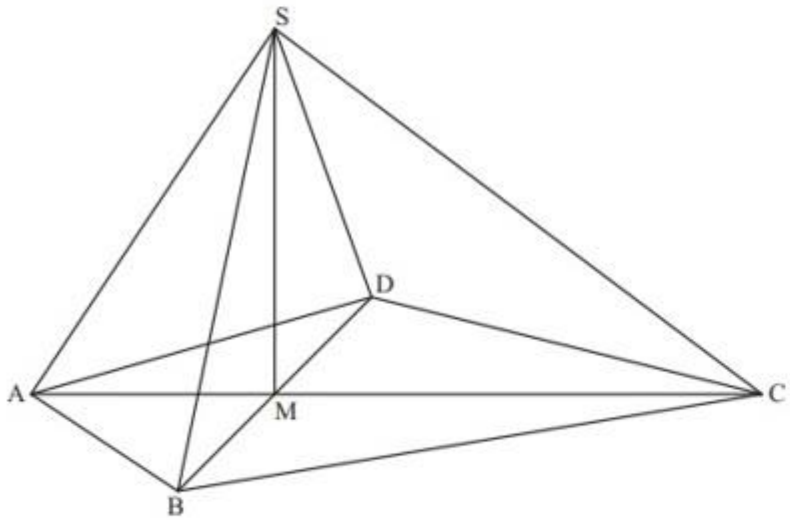
MII NA2

	Aufgabe A 2		Nachtermin 2019	

A 2.0 Das Drachenviereck ABCD mit der Symmetrieachse AC und dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche der Pyramide ABCDS. Der Punkt S ist die Spitze dieser Pyramide mit der Höhe $[MS]$.

Es gilt: $\overline{AC} = 12\text{ cm}$; $\overline{BD} = 9\text{ cm}$; $\overline{MC} = 8\text{ cm}$; $\overline{CS} = 10\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



A 2.1 Berechnen Sie das Volumen V_{ABCDS} der Pyramide ABCDS.

$\left[\text{Ergebnis: } V_{ABCDS} = 108\text{ cm}^3\right]$

A 2.2 Verkürzt man die Strecke $[MC]$ von C aus um $2x$ cm, so erhält man Punkte C_n $(x \in \mathbb{R} \text{ und } 0 < x < 4)$. Verlängert man zudem die Höhe $[MS]$ über S hinaus um x cm, so erhält man Punkte S_n und es entstehen Pyramiden BC_nDS_n.

Zeichnen Sie die Pyramide BC_1DS_1 für $x = 1{,}5$ in das Schrägbild zu A 2.0 ein.

A 2.3 Das Volumen der Pyramide BC_2DS_2 ist um 70% kleiner als das Volumen V der Pyramide ABCDS. Berechnen Sie den zugehörigen Wert für x.

$\left[\text{Teilergebnis: } V(x) = \left(-3x^2 - 6x + 72\right)\text{cm}^3\right]$

A 2.4 Das Maß des Winkels S_3C_3M beträgt 72°.

Ermitteln Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für x.

Lösung

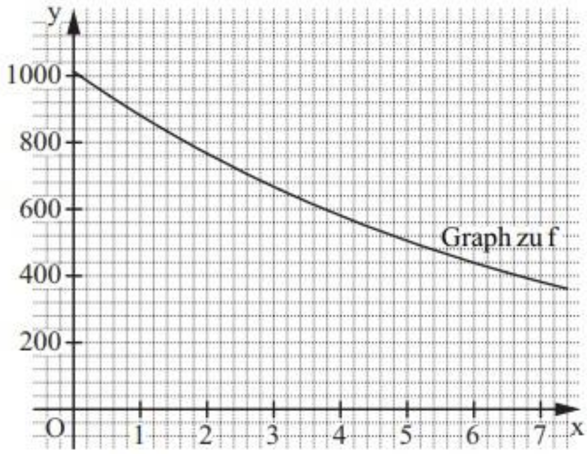
MII NA3

Aufgabe A 3	Nachtermin 2019

A 3.0 Auf Meereshöhe beträgt der Luftdruck unter normalen Bedingungen 1013 hPa (Hektopascal). Mit zunehmender Höhe nimmt der Luftdruck ab.

Der Wert des Luftdrucks kann annähernd durch die Funktion f mit der Gleichung $y = 1013 \cdot 0{,}87^x$ $\left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)$ beschrieben werden, wobei y den Luftdruck in hPa und x die Höhe in Kilometer über Meereshöhe angibt.

Nebenstehend ist der Graph zu dieser Funktion abgebildet.



A 3.1 Geben Sie an, um wie viel Prozent der Luftdruck entsprechend dieser Funktion pro Kilometer Höhe sinkt.

1 P

A 3.2 Der minimale Luftdruck, bei dem Menschen nachweislich dauerhaft leben können, liegt bei etwa 460 hPa. Ermitteln Sie mithilfe des Graphen, in welcher Höhe dieser minimale Luftdruck vorherrscht.

1 P

A 3.3 In der Luftfahrt verwendet man für den Zusammenhang zwischen Höhe und Luftdruck die Faustregel: „Alle 5,5 km halbiert sich der Luftdruck."
Die momentane Reisehöhe eines Flugzeugs der Fluglinie „RisingAir" liegt bei 11 km. Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Wert des Luftdrucks entsprechend der Faustregel größer ist als der Funktionswert, der sich für diese Höhe ergibt.
Runden Sie auf Ganze.

MII NB1

Aufgabe B 1 **Nachtermin**

B 1.0 Die Parabel p mit dem Scheitel $S(4|2)$ verläuft durch den Punkt $P(-2|-7)$.
Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + c$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$; $b, c \in \mathbb{R}$. Die Gerade g hat die Gleichung $y = -0{,}5x + 5$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Geben Sie die Gleichung der Symmetrieachse der Parabel p an und zeigen Sie rechnerisch, dass die Parabel die Gleichung $y = -0{,}25x^2 + 2x - 2$ hat.

Zeichnen Sie die Parabel p und die Gerade g für $x \in [-1;9]$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-2 \leqq x \leqq 10$; $-5 \leqq y \leqq 6$ 5 P

B 1.2 Punkte $A_n(x|-0{,}25x^2 + 2x - 2)$ auf p und Punkte $B_n(x|-0{,}5x + 5)$ auf g haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten C_n und D_n Eckpunkte von gleichschenkligen Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ mit $A_nB_n \parallel C_nD_n$. Die Höhen h der Trapeze haben eine Länge von 4 LE. Weiter gilt: $\overline{C_nD_n} = 6$ LE.

Zeichnen Sie die Trapeze $A_1B_1C_1D_1$ für $x = 4$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 8{,}5$ in das Koordinatensystem zu B 2.1 ein. 2 P

B 1.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für den Flächeninhalt A der Trapeze $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt: $A(x) = (0{,}5x^2 - 5x + 26)$ FE.

[Teilergebnis: $\overline{A_nB_n}(x) = (0{,}25x^2 - 2{,}5x + 7)$ LE] 2 P

B 1.4 Unter den Trapezen $A_nB_nC_nD_n$ hat das Trapez $A_0B_0C_0D_0$ den minimalen Flächeninhalt.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Trapezes $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x. 2 P

B 1.5 Die Trapeze $A_3B_3C_3D_3$ und $A_4B_4C_4D_4$ haben einen Flächeninhalt von 25 FE.

Berechnen Sie die zugehörigen Werte für x.

Sind diese Trapeze Rechtecke? Begründen Sie Ihre Entscheidung. 4 P

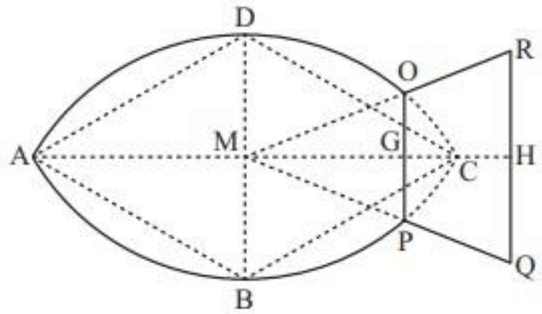
B 1.6 Berechnen Sie das Maß ε des Winkels $D_1C_1B_1$. 2 P

Lösung

MII NB2

Aufgabe B 2 **Nachtermin**

B 2.0 Nebenstehend ist die Vorlage für ein Firmenlogo in Form eines Fisches skizziert.



Die Raute ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist Grundlage für den Fischkörper, der durch den Kreisbogen $\overset{\frown}{OA}$ um den Mittelpunkt B, den Kreisbogen $\overset{\frown}{AP}$ um den Mittelpunkt D und die Strecke $[OP]$ begrenzt wird. Das gleichschenklige Trapez OPQR bildet die Schwanzflosse.

Es gilt: $\overline{BM} = 3\text{ cm}$; $\overline{BC} = 6\text{ cm}$; $\overline{MH} = 6{,}5\text{ cm}$; $\overline{RQ} = 5{,}2\text{ cm}$; $DB \parallel OP \parallel RQ$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke $[CM]$ und zeigen Sie, dass für das Maß β des Winkels CBA gilt: $\beta = 120°$.
$\left[\text{Ergebnis: } \overline{CM} = 5{,}20\text{ cm}\right]$ 2 P

B 2.2 Zeichnen Sie die Vorlage des Firmenlogos. 3 P

B 2.3 Für die Strecke $[OP]$ gilt: $\overline{OP} = 0{,}6 \cdot \overline{RQ}$.
Berechnen Sie die Längen der Strecken $[MG]$ und $[OR]$.
$\left[\text{Ergebnisse: } \overline{MG} = 3{,}90\text{ cm}; \overline{OR} = 2{,}80\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.4 Zur farbigen Gestaltung werden das Dreieck MPO und die Figur, die durch die Kreisbögen $\overset{\frown}{DA}$ und $\overset{\frown}{AB}$ sowie die Strecke $[BD]$ begrenzt wird, silber eingefärbt.
Berechnen Sie den Inhalt A der silber eingefärbten Fläche. 2 P

B 2.5 Bestimmen Sie rechnerisch den Umfang u der Vorlage.
$\left[\text{Teilergebnis: } \sphericalangle OBA = 100{,}54°; \text{ Ergebnis: } u = 31{,}86\text{ cm}\right]$ 4 P

B 2.6 Das Firmenlogo wird später auf T-Shirts aufgenäht. Man geht davon aus, dass der benötigte Faden um 200 % länger als der Umfang der Vorlage ist. Auf einer Rolle befinden sich 500 m Faden.
Berechnen Sie, wie viele Firmenlogos mit einer Rolle höchstens aufgenäht werden können. 2 P