

Besuchen Sie auch die Seite <http://www.matheaufgaben-loesen.de/>  
dort gibt es viele Aufgaben zu weiteren Themen.

## Realschulabschlussprüfungen Bayern

**2009 MI A1**

Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung**  
an den Realschulen in Bayern

**2009**

Mathematik I

Haupttermin

Aufgabe A 1

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

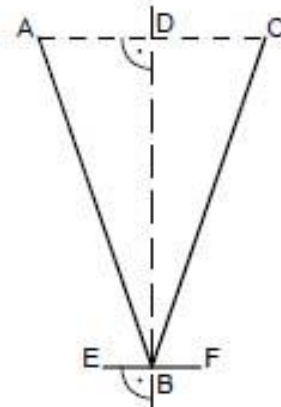
Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

A 1.0 Ein Messbecher fasst, bis zum Rand gefüllt, genau einen Liter Flüssigkeit.

Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt des Messbechers.

BD ist die Symmetrieachse.

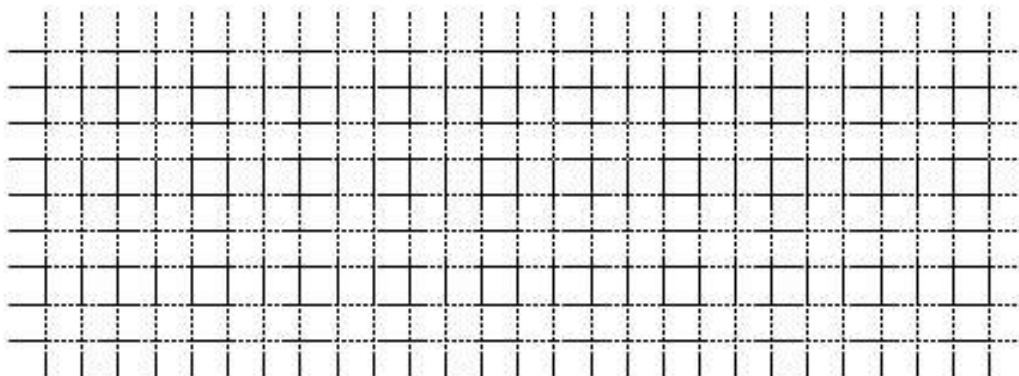
Es gilt:  $\overline{BD} = 200$  mm.



A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels CBA. Runden Sie auf Ganze.

[Teilergebnis:  $\overline{AD} = 69$  mm]

2 P

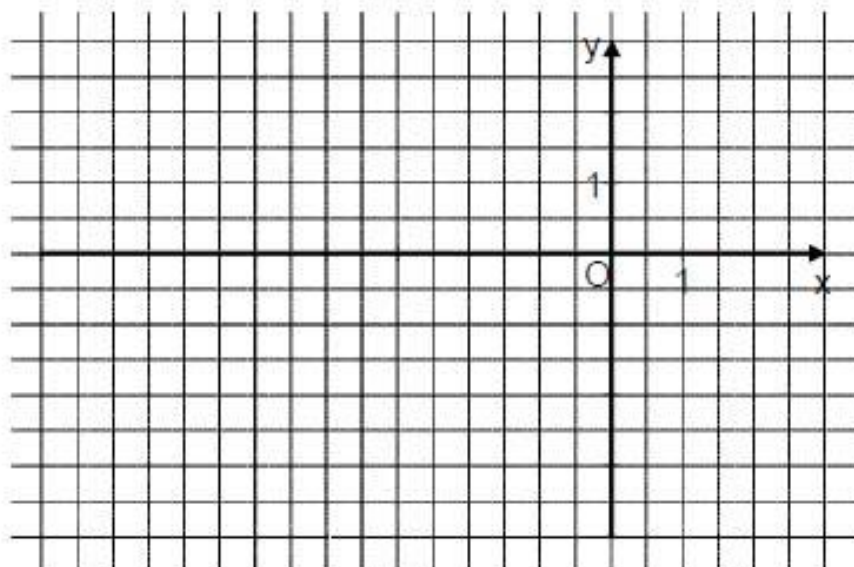


A 1.2 Berechnen Sie auf Millimeter gerundet, bis zu welcher Höhe der Messbecher gefüllt ist, wenn er einen halben Liter Flüssigkeit enthält.

3 P

**MI A2**

- A 2.0 Die Pfeile  $\overrightarrow{OP_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 2 \cdot \cos \varphi - 2 \\ 0,5 \cdot \sin \varphi \end{pmatrix}$  und  $\overrightarrow{OR_n}(\varphi) = \begin{pmatrix} 3 \cdot \cos \varphi \\ -3 \cdot \sin \varphi \end{pmatrix}$  mit  $O(0|0)$  spannen für  $\varphi \in ]37^\circ; 180^\circ[$  Parallelegramme  $OP_nQ_nR_n$  auf.



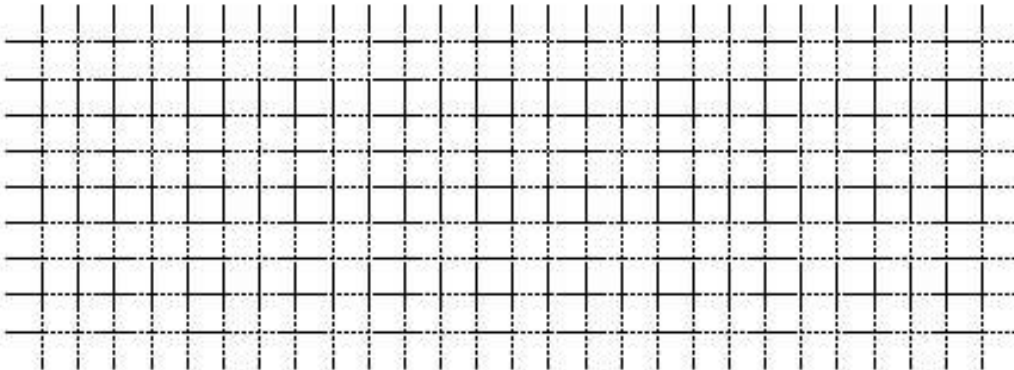
- A 2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Pfeile  $\overrightarrow{OP_1}$  und  $\overrightarrow{OR_1}$  für  $\varphi = 65^\circ$  sowie  $\overrightarrow{OP_2}$  und  $\overrightarrow{OR_2}$  für  $\varphi = 150^\circ$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. Zeichnen Sie sodann die Parallelegramme  $OP_1Q_1R_1$  und  $OP_2Q_2R_2$  in das Koordinatensystem zu 2.0 ein.

2 P

A 2.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken  $[OP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

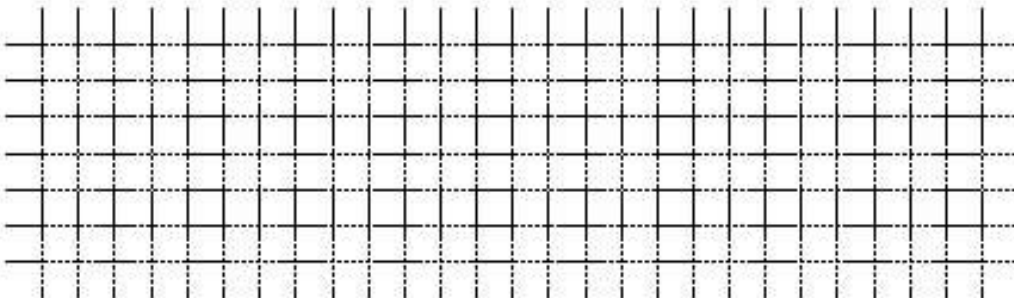
$$\overline{OP_n}(\varphi) = \sqrt{3,75 \cdot \cos^2 \varphi - 8 \cdot \cos \varphi + 4,25} \text{ LE.}$$

2 P



A 2.3 Begründen Sie, dass die Punkte  $R_n$  auf einer Kreislinie um den Mittelpunkt O mit dem Radius  $r = 3 \text{ LE}$  liegen.

2 P



A 2.4 Das Parallelogramm  $OP_3Q_3R_3$  ist eine Raute. Diese wird durch die Pfeile  $\overrightarrow{OP_3}$  und  $\overrightarrow{OR_3}$  aufgespannt.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß  $\varphi$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

3 P

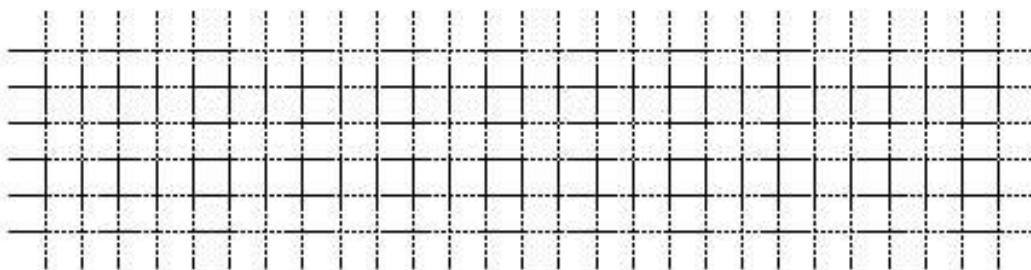
[Lösung](#)

**MI A3**

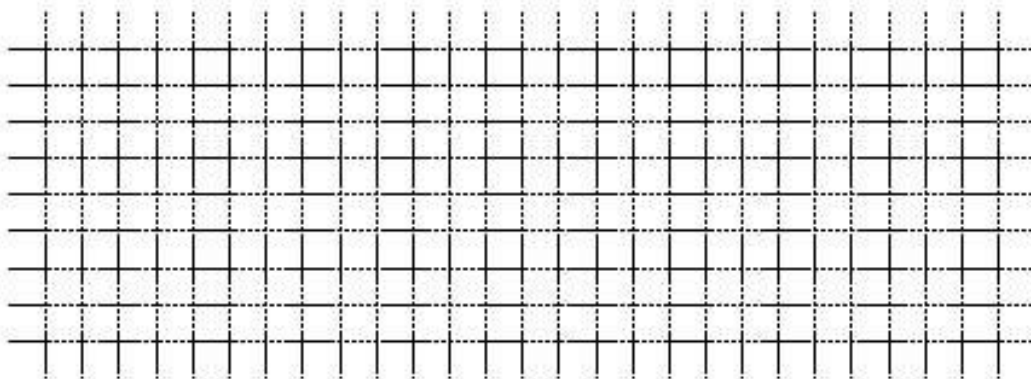
A 3.0 In einem Laborversuch untersuchten Baubiologen das Wachstum von Schimmelpilzen auf unterschiedlichen Fassadenplatten. Dazu wurden zwei mit A bzw. B gekennzeichnete Platten, auf denen zu Versuchsbeginn jeweils eine Fläche mit einem Inhalt von  $100 \text{ cm}^2$  von Schimmelpilz befallen war, in einer Klimakammer beobachtet.

Bei der Platte A wurde festgestellt, dass sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um 26% vergrößert hatte.

A 3.1 Berechnen Sie, wie groß der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche bei der Platte A am Ende des 6. Versuchstages war. Runden Sie auf Quadratzentimeter. 1 P



A 3.2 Bei der Platte A war der Versuch abgebrochen worden, als der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche einen Quadratmeter erreicht hatte. Ermitteln Sie rechnerisch, am wievielten Versuchstag dies der Fall war. 2 P



A 3.3 Auch bei der Platte B hatte sich der Inhalt der von Schimmelpilz befallenen Fläche täglich um einen festen Prozentsatz vergrößert. Hier war ein Quadratmeter am Ende des 13. Versuchstages erreicht worden. Berechnen Sie den betreffenden Prozentsatz. 2 P

Mathematik I

Haupttermin

Aufgabe B 1

- B 1.0 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = \log_2(x+8)+1$  mit  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .
- B 1.1 Geben Sie die Definitionsmenge und die Wertemenge der Funktion  $f$  sowie die Gleichung der Asymptote  $h$  an. 2 P
- B 1.2 Tabellarisieren Sie die Funktion  $f$  für  $x \in \{-7,7; -7,6; -7; -6; -5; -4; -2; 0; 2; 4\}$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.  
Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-9 \leq x \leq 6$ ;  $-4 \leq y \leq 9$ . 3 P
- B 1.3 Punkte  $A_n(x | \log_2(x+8)+1)$  auf dem Graphen zu  $f$  sind zusammen mit dem Punkt  $B(0 | 0)$  und Punkten  $C_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Quadraten  $A_nBC_nD_n$ .  
Zeichnen Sie die Quadrate  $A_1BC_1D_1$  für  $x = -5$  und  $A_2BC_2D_2$  für  $x = 1$  in das Koordinatensystem zu 1.2 ein. 2 P
- B 1.4 Die Punkte  $A_n$  können auf die Punkte  $C_n$  abgebildet werden.  
Zeigen Sie durch Rechnung, dass der Trägergraph  $t$  der Punkte  $C_n$  die Gleichung  $y = -2^{x-1} + 8$  besitzt.  
Zeichnen Sie den Trägergraphen  $t$  der Punkte  $C_n$  in das Koordinatensystem zu 1.2 ein.  
[Teilergebnis:  $C_n(\log_2(x+8)+1 | -x)$ ] 5 P
- B 1.5 Für das Quadrat  $A_3BC_3D_3$  gilt:  $A_3(-4 | 3)$ .  
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $D_3$ . 2 P
- B 1.6 Für das Quadrat  $A_4BC_4D_4$  gilt: Der Punkt  $D_4$  liegt auf der Winkelhalbierenden des II. Quadranten.  
Ermitteln Sie rechnerisch die  $x$ -Koordinate des Punktes  $A_4$ . 3 P

[Lösung](#)

**MI B2**

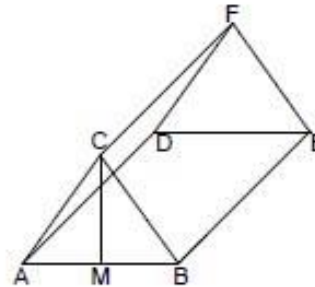
Mathematik I

Haupttermin

Aufgabe B 2

- B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild des geraden Prismas ABCDEF, dessen Grundfläche das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [AB] und der Höhe [MC] ist.

Es gilt:  $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ;  $\overline{AD} = 12 \text{ cm}$ ;  
 $\overline{MC} = 4 \text{ cm}$ .



Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEF, wobei die Kante [AB] auf der Schrägbildachse liegen soll (Lage des Prismas wie in der Skizze zu 2.0 dargestellt).

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels CBA.

[Ergebnis:  $\sphericalangle CBA = 57,99^\circ$ ]

2 P

- B 2.2 Punkte  $G_n \in [BC]$  und Punkte  $H_n \in [EF]$  sind zusammen mit den Punkten A und D die Eckpunkte von Rechtecken  $AG_nH_nD$ . Die Winkel  $BAG_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [0^\circ; 57,99^\circ]$ .

Zeichnen Sie das Rechteck  $AG_1H_1D$  für  $\overline{BG_1} = \frac{1}{4} \cdot \overline{BC}$  in das Schrägbild zu 2.1 ein.

1 P

- B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt A der Rechtecke  $AG_nH_nD$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ . Ermitteln Sie sodann den minimalen und den maximalen Flächeninhalt mit dem jeweils zugehörigen Winkelmaß  $\varphi$ .

[Teilergebnis:  $\overline{AG_n}(\varphi) = \frac{4,24}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}$ ]

5 P

- B 2.4 Die Rechtecke  $AG_2H_2D$  und  $AG_3H_3D$  haben jeweils den Flächeninhalt  $53 \text{ cm}^2$ . Berechnen Sie die zugehörigen Winkelmaße  $\varphi$ .

3 P

- B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen V der Prismen  $ABG_nDEH_n$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

[Ergebnis:  $V(\varphi) = \frac{127,20 \cdot \sin \varphi}{\sin(\varphi + 57,99^\circ)} \text{ cm}^3$ ]

2 P

- B 2.6 Das Volumen des Prismas  $ABG_4DEH_4$  beträgt 20% des Volumens des Prismas ABCDEF.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß  $\varphi$ .

4 P

Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung**  
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik I

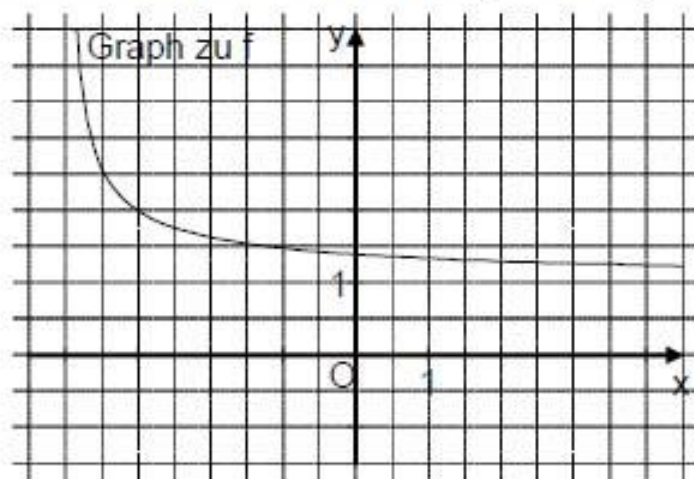
Nachtermin

Aufgabe A 1

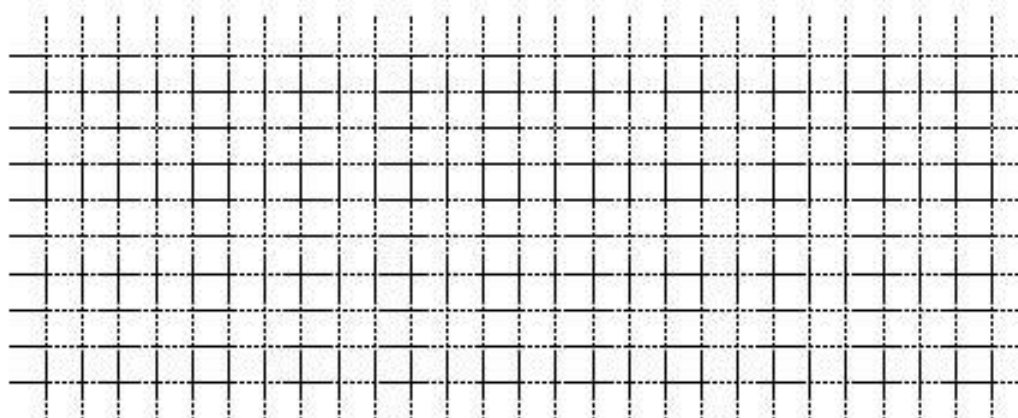
Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

- A 1.0 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit der Gleichung  $y = 1 + (x + 4)^{-\frac{2}{3}}$  mit  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ . Punkte  $A_n$  auf dem Graphen zu  $f$  und Punkte  $B_n$  auf der Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = -1$  mit  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  haben dieselbe Abszisse  $x$  und bilden für  $x > -4$  zusammen mit Punkten  $C_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Quadraten  $A_n B_n C_n D_n$ .



- A 1.1 Zeichnen Sie das Quadrat  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -1$  in das Koordinatensystem zu 1.0 ein.  
Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$  der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$  und  $B_n$  und ermitteln Sie sodann rechnerisch, für welchen Wert von  $x$  sich das Quadrat  $A_2 B_2 C_2 D_2$  mit dem Flächeninhalt 9 FE ergibt. 4 P



- A 1.2 Begründen Sie, dass der Flächeninhalt der Quadrate  $A_n B_n C_n D_n$  stets größer als 4 FE ist. 1 P

# MI Nach A2

Mathematik I

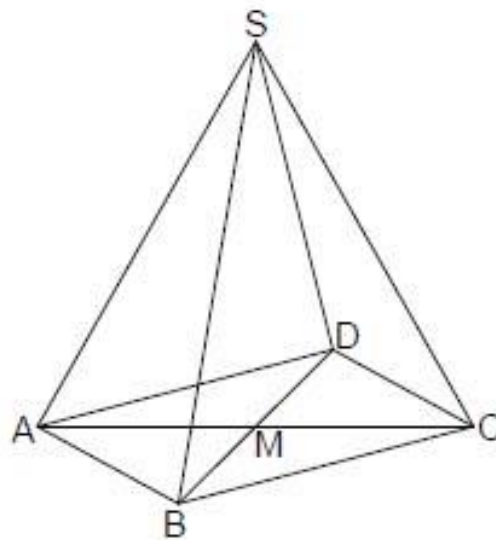
Nachtermin

Aufgabe A 2

A 2.0 Das Schrägbild zeigt das Modell des Dachstuhls eines Kirchturms im Maßstab 1:200. Der Dachstuhl hat die Form einer Pyramide ABCDS, deren Grundfläche das Quadrat ABCD ist. Für die Länge der Diagonalen [AC] des Quadrats ABCD gilt:  $\overline{AC} = 11,90 \text{ m}$ . Die Spitze S der Pyramide ABCDS liegt senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M des Quadrats ABCD und es gilt:  $\overline{MS} = 10,50 \text{ m}$ .

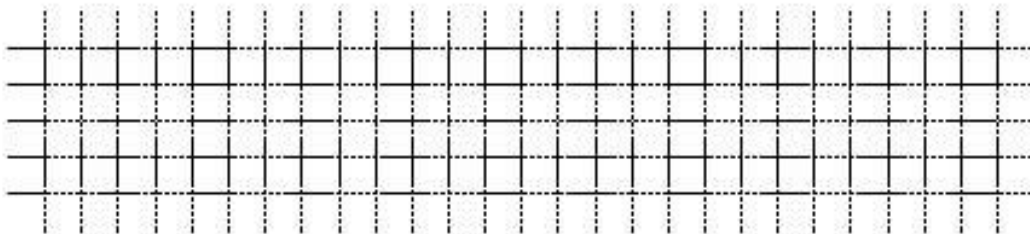
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

In der Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .



A 2.1 Berechnen Sie das Maß  $\varepsilon$  des Winkels SCA. [Ergebnis:  $\varepsilon = 60,46^\circ$ ]

1 P



A 2.2 In den Dachstuhl soll ein Stützbalken eingezogen werden. Die Strecken  $[AP_n]$  mit  $P_n \in [CS]$  stellen die möglichen Stützbalken dar. Die Winkel  $\angle CAP_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in ]0^\circ; 60,46^\circ[$ .

Zeichnen Sie für  $\varphi = 35^\circ$  die Strecke  $[AP_1]$  in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie die Länge des zugehörigen Stützbalkens.

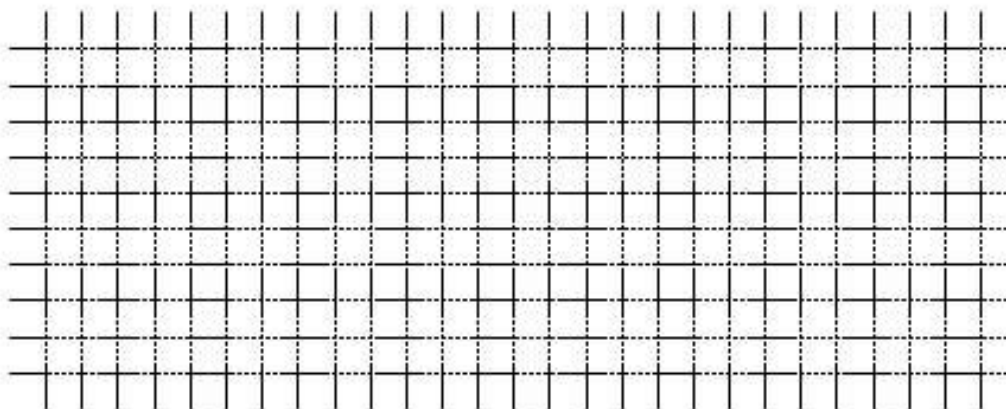
2 P



A 2.3 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken  $[AP_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$  gilt:

$$\overline{AP_n}(\varphi) = \frac{10,35}{\sin(60,46^\circ + \varphi)} \text{ m.}$$

2 P



A 2.4 Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Länge der möglichen Stützbalken in Abhängigkeit von  $\varphi$  ändert. Begründen Sie Ihre Wahl.

2 P

Diagramm A

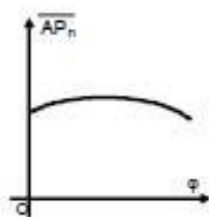


Diagramm B

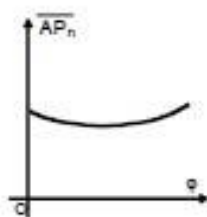


Diagramm C

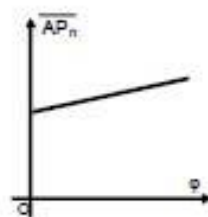
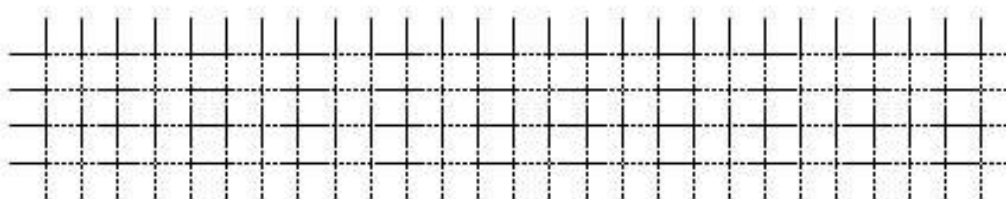
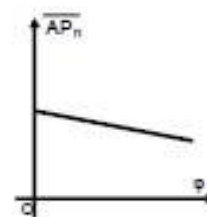


Diagramm D



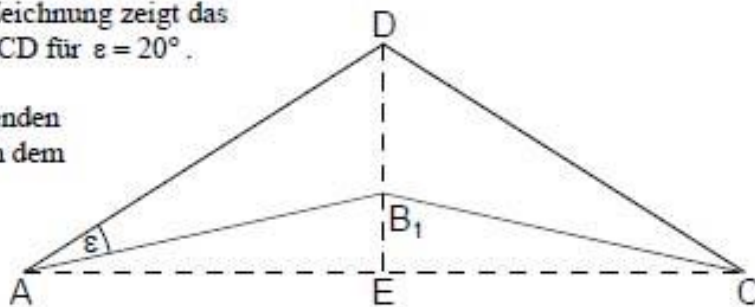
A 2.5 In den Dachstuhl wird der kürzeste der möglichen Stützbalken eingezeichnet. Dieser Stützbalken wird durch die Strecke  $[AP_0]$  dargestellt. Zeichnen Sie die Strecke  $[AP_0]$  in das Schrägbild zu 2.0 ein und berechnen Sie, in welcher Höhe  $h$  über der Grundfläche der zugehörige Stützbalken den durch die Strecke  $[CS]$  dargestellten Dachbalken trifft.

2 P

- A 3.0 Gegeben sind konkave Drachenvierecke  $AB_nCD$  mit  $\sphericalangle CB_nA > 180^\circ$  sowie den Seitenlängen  $\overline{AD} = 6 \text{ cm}$  und  $\overline{CD} = 6 \text{ cm}$ . Es gilt:  $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$ . Die Winkel  $B_nAD$  besitzen das Maß  $\varepsilon$  mit  $\varepsilon \in ]0^\circ; 33,56^\circ[$ . Der Punkt  $E$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $[AC]$ .

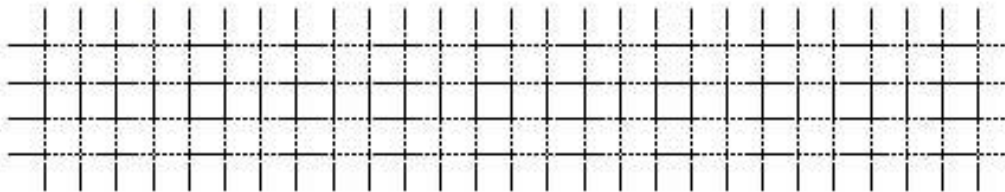
Die nebenstehende Zeichnung zeigt das Drachenviereck  $AB_1CD$  für  $\varepsilon = 20^\circ$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



- A 3.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass  $33,56^\circ$  die obere Intervallgrenze für das Maß  $\varepsilon$  der Winkel  $B_nAD$  ist.

1 P



- A 3.2 Stellen Sie die Länge der Diagonalen  $[B_nD]$  der Drachenvierecke  $AB_nCD$  in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  dar. Berechnen Sie sodann, für welches Winkelmaß  $\varepsilon$  sich das Drachenviereck  $AB_2CD$  mit  $\overline{B_2D} = 3 \text{ cm}$  ergibt.

4 P

[Lösung](#)

**MI Nach B1**

Mathematik I

Nachtermin

Aufgabe B 1

B 1.0 Gegeben sind die Funktion  $f_1$  mit der Gleichung  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1$  und die Funktion  $f_2$  mit der Gleichung  $y = -\left(\frac{1}{2}\right)^{x+4} + \frac{1}{2}$ . ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .)

B 1.1 Geben Sie für beide Funktionen jeweils die Definitionsmenge und die Wertemenge an.

Zeichnen Sie den Graphen zu  $f_1$  sowie den Graphen zu  $f_2$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-10 \leq x \leq 2$ ;  $-11 \leq y \leq 8$ .

4 P

B 1.2 Der Graph der Funktion  $f_1$  kann durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab  $k$  ( $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ) auf den Graphen der Funktion  $f_2$  abgebildet werden.

Ermitteln Sie durch Rechnung den Affinitätsmaßstab  $k$ .

3 P

B 1.3 Punkte  $C_n \left( x \mid \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1 \right)$  liegen auf dem Graphen zu  $f_1$ . Punkte  $M_n$  auf dem

Graphen zu  $f_2$  haben dieselbe Abszisse  $x$  wie die Punkte  $C_n$  und sind die Mittelpunkte von Strecken  $[A_n C_n]$ . Für  $x < -3$  sind die Punkte  $A_n$  und  $C_n$  zusammen mit Punkten  $B_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Rauten  $A_n B_n C_n D_n$ . Die Punkte  $B_n$  und  $M_n$  haben dieselbe y-Koordinate. Die x-Koordinate der Punkte  $B_n$  ist stets um 3 größer als die Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

Zeichnen Sie die Rauten  $A_1 B_1 C_1 D_1$  für  $x = -5,5$  und  $A_2 B_2 C_2 D_2$  für  $x = -4,5$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.

2 P

B 1.4 Die Raute  $A_3 B_3 C_3 D_3$  ist ein Quadrat.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von  $x$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

$$[\text{Teilergebnis: } \overline{M_n C_n}(x) = 1,5 \cdot \left[ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} - 1 \right] \text{ LE}]$$

4 P

B 1.5 In der Raute  $A_4 B_4 C_4 D_4$  gilt:  $\sphericalangle D_4 C_4 A_4 = 35^\circ$ .

Ermitteln Sie rechnerisch den zugehörigen Wert von  $x$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

2 P

B 1.6 Die Raute  $A_5 B_5 C_5 D_5$  hat den Flächeninhalt 27 FE.

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von  $x$ .

2 P

Mathematik I

Nachtermin

Aufgabe B 2

B 2.0 Punkte  $M_n(x | 0,75x - 3)$  liegen auf der Geraden  $g$  mit der Gleichung  $y = 0,75x - 3$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ) und Punkte  $C_n$  liegen auf der Geraden  $h$  mit der Gleichung  $y = 1,5x + 2$  ( $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ ). Die  $x$ -Koordinate der Punkte  $C_n$  ist stets um eins kleiner als die Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ . Die Strecken  $[M_nC_n]$  sind Höhen von gleichseitigen Dreiecken  $A_nB_nC_n$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie die Geraden  $g$  und  $h$  sowie die Dreiecke  $A_1B_1C_1$  für  $x = -1$  und  $A_2B_2C_2$  für  $x = 4$  in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-5 \leq x \leq 9$ ;  $-6 \leq y \leq 8$ .

3 P

B 2.2 Ermitteln Sie durch Rechnung die Koordinaten der Punkte  $C_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

[Ergebnis:  $C_n(x - 1 | 1,5x + 0,5)$ ]

1 P

B 2.3 Für die Länge der Höhe  $[M_3C_3]$  des Dreiecks  $A_3B_3C_3$  und die Länge der Höhe  $[M_4C_4]$  des Dreiecks  $A_4B_4C_4$  gilt:

$$\overline{M_3C_3} = \overline{M_4C_4} = 4 \text{ LE.}$$

Berechnen Sie die  $x$ -Koordinaten der Punkte  $M_3$  und  $M_4$ .

3 P

B 2.4 Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte  $A_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $M_n$ .

[Ergebnis:  $A_n(0,57x - 2,02 | 0,75x - 3,58)$ ]

5 P

B 2.5 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung des Trägergraphen  $t$  der Punkte  $A_n$ .

2 P

B 2.6 Die Höhe  $[M_5C_5]$  des Dreiecks  $A_5B_5C_5$  steht senkrecht auf der Geraden  $h$ .

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $M_5$ .

2 P

B 2.7 Für das Dreieck  $A_6B_6C_6$  gilt:  $M_6\left(-4\frac{2}{3} \mid -6\frac{1}{2}\right)$ .

Zeigen Sie durch Rechnung, dass die Höhe  $[M_6C_6]$  des Dreiecks  $A_6B_6C_6$  parallel zur  $x$ -Achse verläuft.

1 P

[Lösung](#)

**MII A1**

Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung**  
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II

Haupttermin

Aufgabe A 1

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

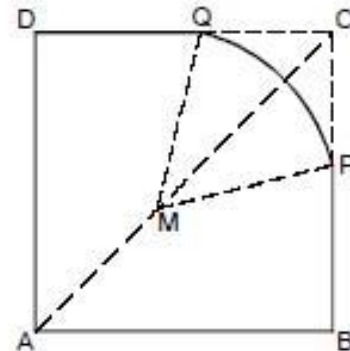
A 1.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Grundriss einer Duschwanne, welcher durch die Strecken  $[QD]$ ,  $[DA]$ ,  $[AB]$  und  $[BP]$  sowie den Kreisbogen  $\widehat{PQ}$  begrenzt wird.

Das Viereck  $ABCD$  ist ein Quadrat. Der Punkt  $M$  liegt auf der Diagonalen  $[AC]$  des Vierecks  $ABCD$  und ist der Mittelpunkt eines Kreises, der die Strecke  $[BC]$  im Punkt  $P$  und die Strecke  $[CD]$  im Punkt  $Q$  schneidet.

Es gelten folgende Maße:

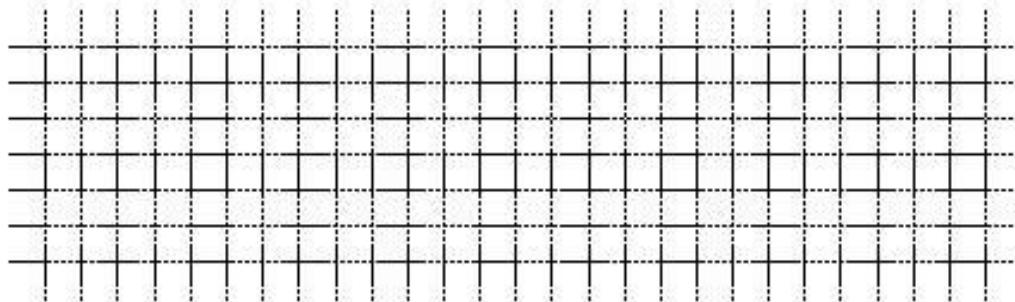
$$\overline{AB} = 90,0 \text{ cm}; \quad \overline{BP} = \overline{QD} = 50,0 \text{ cm};$$

$$\overline{MP} = \overline{MQ} = 50,0 \text{ cm}.$$



Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 1.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels  $\angle PMC$ . [Ergebnis:  $\sphericalangle PMC = 34,4^\circ$ ] 2 P



A 1.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$  des Grundrisses der Duschwanne. 3 P

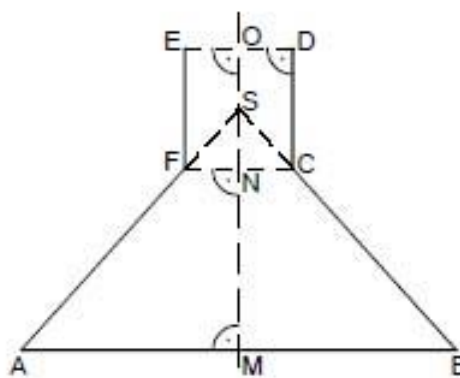
**MII A2**

A 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axial-  
schnitt eines oben offenen Gefäßes.

OM ist die Symmetrieachse.

Es gilt:  $\overline{OM} = 10,0 \text{ cm}$ ;  $\overline{ON} = 4,0 \text{ cm}$ ;

$\overline{FN} = 1,8 \text{ cm}$ ;  $\sphericalangle MAF = 48^\circ$ .

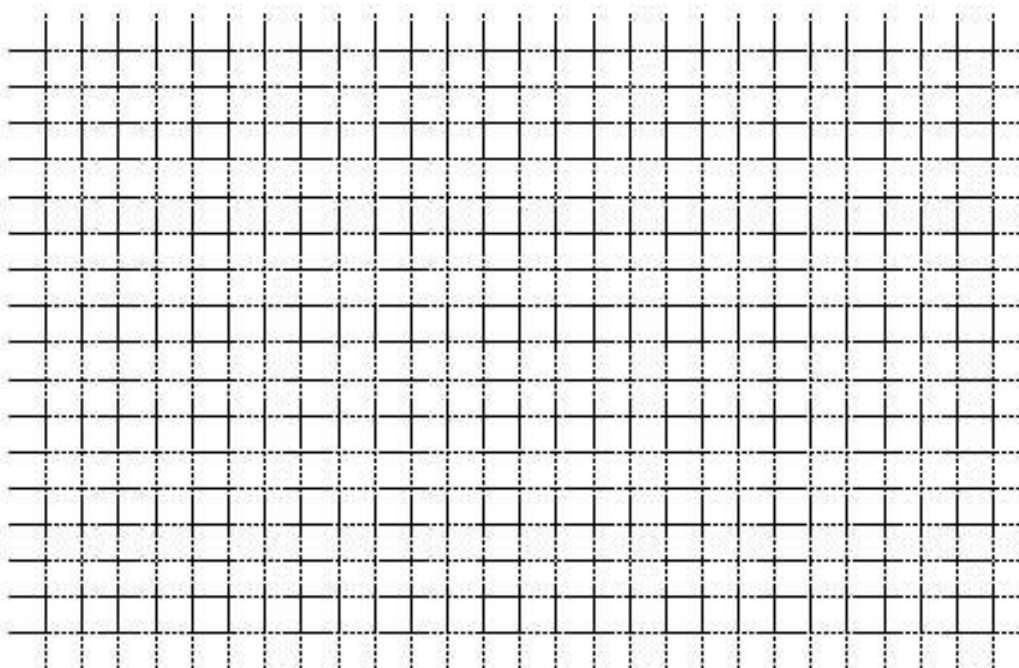


Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.

A 2.1 Berechnen Sie den Durchmesser des Gefäßbodens.

[Teilergebnisse:  $\overline{SN} = 2,0 \text{ cm}$ ;  $\overline{AM} = 7,2 \text{ cm}$ ]

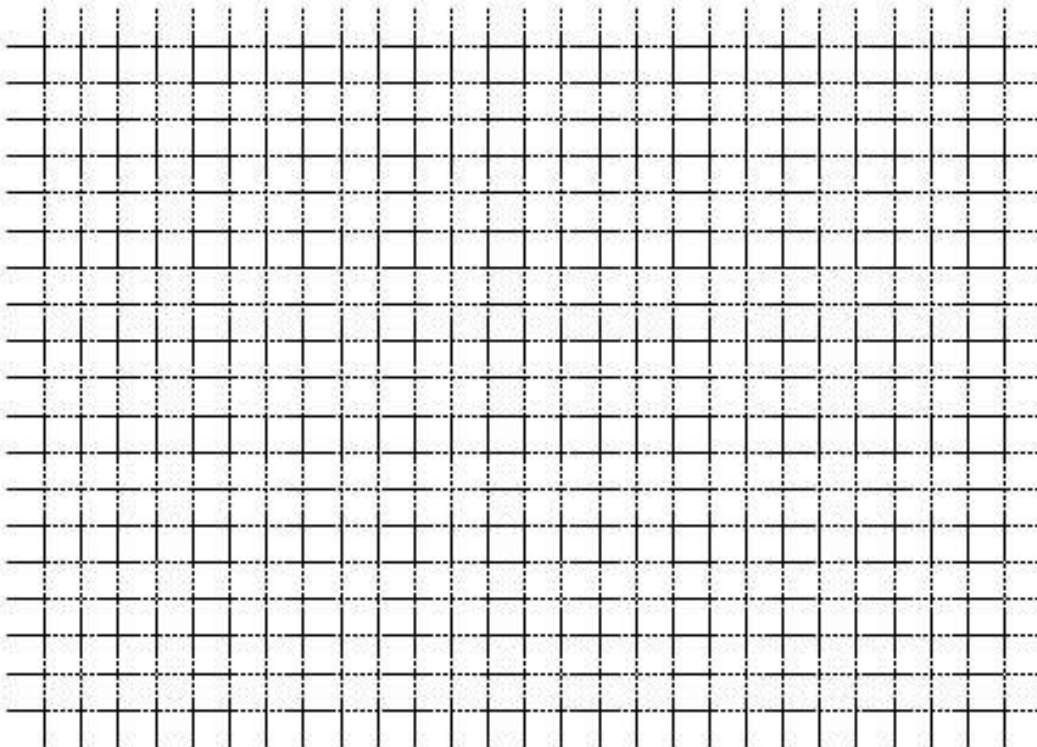
3 P



A 2.2 Das waagrecht stehende Gefäß ist bis zu einer Höhe von 6 cm mit Wasser gefüllt.  
Ermitteln Sie rechnerisch das Volumen des Wassers im Gefäß.

2 P

- A 2.3 In das mit Wasser gefüllte Gefäß aus 2.2 wird eine massive Eisenkugel mit dem Radius  $r = 1,7 \text{ cm}$  hineingelegt.  
Berechnen Sie die Zunahme  $h$  der Höhe des Wasserstandes. 2 P



- A 2.4 In das leere Gefäß aus 2.0 fließt gleichmäßig Wasser.  
Geben Sie an, welches der Diagramme zeigt, wie sich die Höhe des Wasserstandes mit der Zeit ändert. Begründen Sie Ihre Wahl. 2 P

Diagramm A

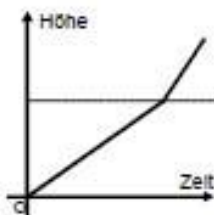


Diagramm B

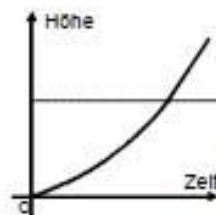
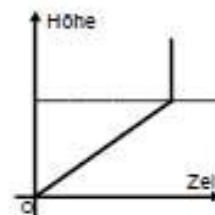


Diagramm C



[Lösung](#)

**MII A3**

A 3.0 Wasserlinsen sind Pflanzen, die an der Wasseroberfläche von Teichen schwimmen und große Teile davon bedecken können (siehe Bild). Am 10. Juni, um 12 Uhr mittags, entdeckt Herr Grün eine  $0,5 \text{ m}^2$  große Ansammlung von Wasserlinsen auf seinem  $20 \text{ m}^2$  großen Gartenteich.



Für die weitere Entwicklung ist anzunehmen, dass sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt täglich um 35% vergrößern wird.

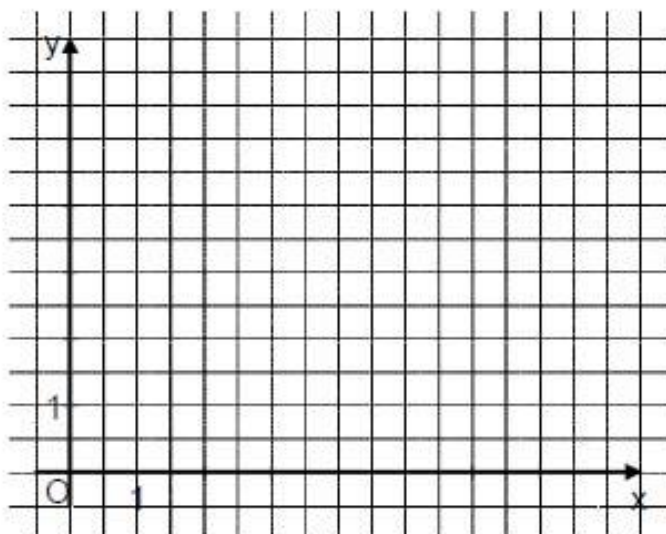
Dabei sind  $x$  Tage nach der Entdeckung  $y \text{ m}^2$  Wasseroberfläche mit Wasserlinsen bedeckt.

Diese Entwicklung kann durch die Funktion  $f: y = 0,5 \cdot 1,35^x$  mit  $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$  dargestellt werden.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet. Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in das Koordinatensystem.

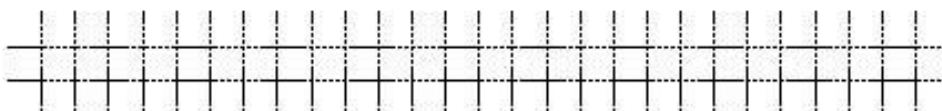
2 P

x	0	2	4	6	8
$0,5 \cdot 1,35^x$					



A 3.2 Nach einer bestimmten Anzahl von Tagen seit der Entdeckung ist erstmals ein Fünftel der Wasseroberfläche des Gartenteiches mit Wasserlinsen bedeckt. Geben Sie das zugehörige Datum mithilfe des Graphen zu  $f$  an.

2 P



A 3.3 Kreuzen Sie an, um wie viel Prozent sich der mit Wasserlinsen bedeckte Flächeninhalt ungefähr vergrößert hat, wenn 48 Stunden seit der Entdeckung vergangen sind.

1 P

- 35%   
  70%   
  82%   
  135%   
  170%   
  182%



Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung**  
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II

Haupttermin

Aufgabe B 1

- B 1.0 Die Parabel  $p_1$  mit der Gleichung  $y = x^2 - 8x + 14$  hat den Scheitel  $S_1(4 | -2)$ . Die Parabel  $p_2$  besitzt den Scheitel  $S_2(6 | 7)$  und verläuft durch den Punkt  $P(9 | 4,75)$ . Sie hat eine Gleichung der Form  $y = ax^2 + bx + c$  mit  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $b, c \in \mathbb{R}$ . ( $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .)
- B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel  $p_2$  in der Scheitelform und bringen Sie die Gleichung in die Form  $y = ax^2 + bx + c$  mit  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $b, c \in \mathbb{R}$ . Erstellen Sie sodann für die Parabel  $p_2$  eine Wertetabelle für  $x \in [0; 10]$  mit  $\Delta x = 1$  und zeichnen Sie die Parabeln  $p_1$  und  $p_2$  in ein Koordinatensystem. Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-2 \leq x \leq 11$ ;  $-3 \leq y \leq 8$ .  
[Ergebnis:  $p_2: y = -0,25x^2 + 3x - 2$ ] 5 P
- B 1.2 Punkte  $A_n(x | x^2 - 8x + 14)$  auf der Parabel  $p_1$  und Punkte  $B_n(x | -0,25x^2 + 3x - 2)$  auf der Parabel  $p_2$  haben dieselbe Abszisse  $x$ . Sie sind zusammen mit Punkten  $C_n$  die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken  $A_nB_nC_n$  mit der Basis  $[A_nB_n]$ , wobei gilt:  $y_{A_n} < y_{B_n}$ . Die  $x$ -Koordinate der Punkte  $C_n$  ist um 4 kleiner als die Abszisse  $x$  der Punkte  $A_n$ .  
Zeichnen Sie die Dreiecke  $A_1B_1C_1$  für  $x = 3$  und  $A_2B_2C_2$  für  $x = 6,5$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P
- B 1.3 Ermitteln Sie durch Rechnung, für welche Belegungen von  $x$  es Dreiecke  $A_nB_nC_n$  gibt. Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 2 P
- B 1.4 Unter den Dreiecken  $A_nB_nC_n$  besitzt das Dreieck  $A_0B_0C_0$  den maximalen Flächeninhalt.  
Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks  $A_0B_0C_0$  und geben Sie die Koordinaten des Punktes  $C_0$  an.  
[Teilergebnis:  $\overline{A_nB_n}(x) = (-1,25x^2 + 11x - 16)$  LE] 5 P
- B 1.5 Für  $x = 4$  ergibt sich das Dreieck  $A_3B_3C_3$ .  
Zeichnen Sie das Dreieck  $A_3B_3C_3$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein und begründen Sie, dass das Dreieck  $A_3B_3C_3$  rechtwinklig ist. 3 P

[Lösung](#)

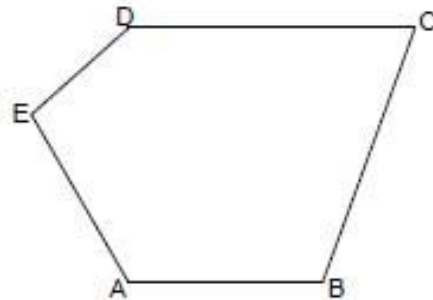
**MII B2**

Mathematik II

Haupttermin

Aufgabe B 2

- B 2.0 Gegeben ist ein Fünfeck ABCDE mit  
 $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 7 \text{ cm}$ ;  $\overline{EA} = 5 \text{ cm}$ ;  
 $\sphericalangle CBA = 110^\circ$ ;  $\sphericalangle BAE = 120^\circ$ .  
Es gilt:  $AB \parallel DC$ ;  $AD \perp AB$ .



Runden Sie im Folgenden auf zwei  
Stellen nach dem Komma.

- B 2.1 Zeichnen Sie das Fünfeck ABCDE. 2 P
- B 2.2 Bestimmen Sie durch Rechnung den Abstand  $d$  des Punktes B von der Geraden DC.  
[Ergebnis:  $d = 6,58 \text{ cm}$ ] 2 P
- B 2.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE.  
[Ergebnis:  $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 49,00 \text{ cm}^2$ ] 4 P
- B 2.4 Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke [DE] sowie das Maß  $\varepsilon$  des Winkels EDA.  
[Ergebnisse:  $\overline{DE} = 3,36 \text{ cm}$ ;  $\varepsilon = 48,08^\circ$ ] 2 P
- B 2.5 Der Punkt E ist der Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius  $r = \overline{EA}$ . Dieser Kreis schneidet die Seite [CD] des Fünfecks ABCDE im Punkt G.  
Zeichnen Sie den Kreisbogen  $\widehat{AG}$  und die Strecke [EG] in die Zeichnung zu 2.1 ein.  
Berechnen Sie das Maß des Winkels AEG.  
[Ergebnis:  $\sphericalangle AEG = 86,68^\circ$ ] 4 P
- B 2.6 Die Figur GDEA wird durch die Strecken [GD], [DE] und [EA] sowie den Kreisbogen  $\widehat{AG}$  begrenzt.  
Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Flächeninhalts A der Figur GDEA am Flächeninhalt des Fünfecks ABCDE. 3 P

Prüfungsdauer:  
150 Minuten

**Abschlussprüfung**  
an den Realschulen in Bayern

2009

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe A 1

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_ Platzziffer: \_\_\_\_\_ Punkte: \_\_\_\_\_

A 1 Die nebenstehende Skizze zeigt den Axialschnitt eines Werkstücks.

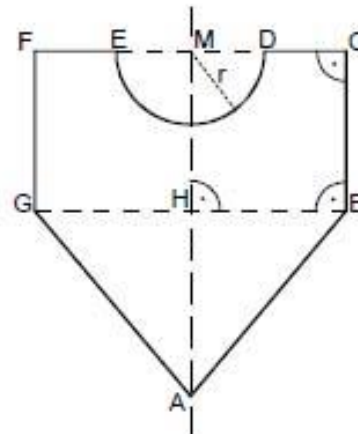
AM ist die Symmetrieachse.

Es gilt:

$$\overline{AM} = 70,0 \text{ cm}; \quad \overline{CF} = 63,0 \text{ cm}; \quad \overline{MD} = 15,0 \text{ cm};$$

$$\sphericalangle BAG = 80^\circ; \quad r = \overline{MD} = \overline{ME}.$$

Die gesamte Oberfläche des Werkstücks soll mit Farbe gestrichen werden. Es sind zwei verschieden große Farbdosen vorhanden. Die größere Farbdose reicht laut Angabe für ca.  $3,75 \text{ m}^2$ , die kleinere für ca.  $1,5 \text{ m}^2$ .



Berechnen Sie den Oberflächeninhalt des Werkstücks und begründen Sie mithilfe Ihres Ergebnisses, für welche Farbdose Sie sich entscheiden.

[Teilergebnis:  $\overline{BC} = 32,5 \text{ cm}$ ]

5 P

[Lösung](#)

**MII Nach A2**

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe A 2

A 2.0 Gegeben sind Dreiecke  $ABC_n$  mit den Seitenlängen  $\overline{AB} = 7 \text{ cm}$  und  $\overline{AC_n} = 5 \text{ cm}$ . Die Winkel  $BAC_n$  haben das Maß  $\alpha$  mit  $\alpha \in ]0^\circ; 180^\circ[$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Für  $\alpha = 140^\circ$  ergibt sich das Dreieck  $ABC_1$ .

Zeichnen Sie das Dreieck  $ABC_1$ .

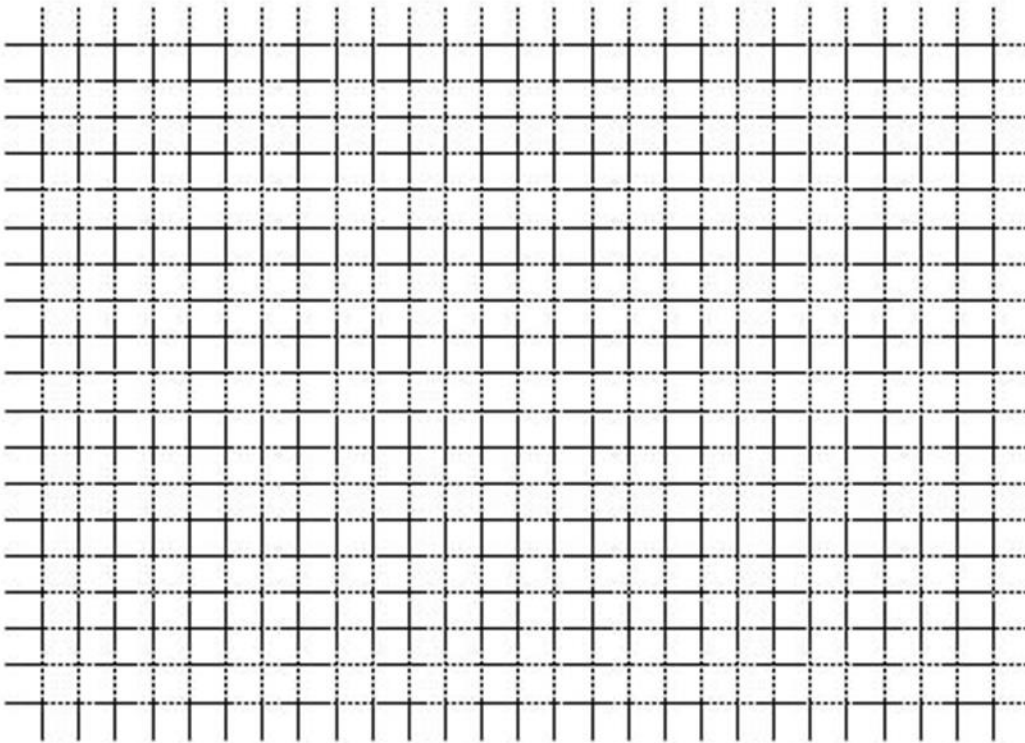
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt des Dreiecks  $ABC_1$  und den Abstand  $d$  des Punktes  $C_1$  von der Geraden  $AB$ .

3 P

A 2.2 Zeichnen Sie in die Zeichnung zu 2.1 die Ortslinie ein, auf der die Punkte  $C_n$  liegen. 1 P

A 2.3 Das Dreieck  $ABC_2$  ist gleichschenkelig und hat die Basis  $[AC_2]$ .  
Zeichnen Sie das Dreieck  $ABC_2$  in die Zeichnung zu 2.1 ein.  
Berechnen Sie das Maß des Winkels  $C_2BA$ .

3 P



A 2.4 Im Dreieck  $ABC_3$  gilt:  $\sphericalangle AC_3B = 90^\circ$ .

Konstruieren Sie in der Zeichnung zu 2.1 das Dreieck  $ABC_3$ .

Überprüfen Sie rechnerisch, ob das Dreieck  $ABC_3$  gleichschenkelig ist.

2 P

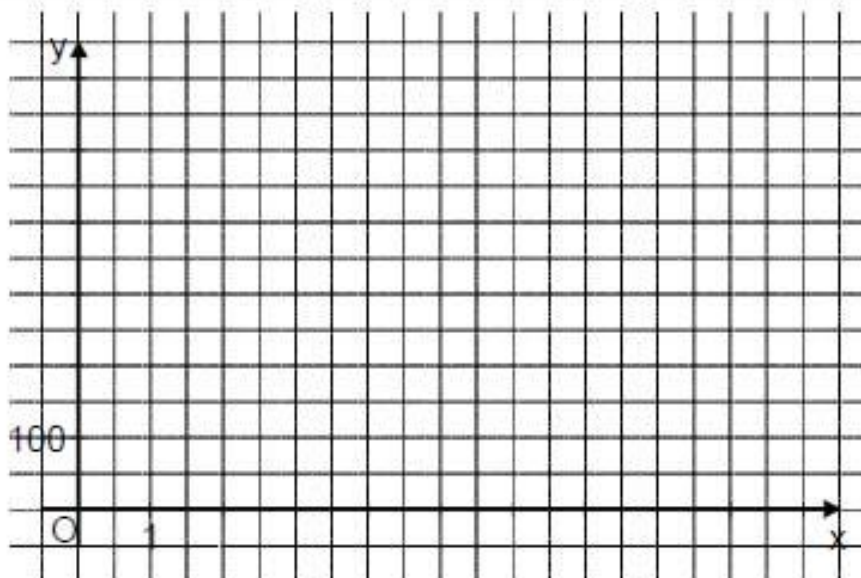
**MII Nach A3**

A 3.0 Eine Aktie verliert an einem Börsenhandelstag von 9 Uhr bis 10 Uhr 15% ihres Wertes, sodass der Wert der Aktie um 10 Uhr 600 € beträgt.  
 Würde sich der Wertverlust in den nächsten Stunden so fortsetzen, könnte der Wert  $y$  € der Aktie nach  $x$  Stunden ab 10 Uhr durch die Funktion  $f: y = 600 \cdot 0,85^x$  mit  $G = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+$  beschrieben werden.

A 3.1 Ergänzen Sie die Wertetabelle auf Ganze gerundet.  
 Zeichnen Sie sodann den Graphen zu  $f$  in das Koordinatensystem.

2 P

x	0	1	2	4	6	8	10
$600 \cdot 0,85^x$							



A 3.2 Geben Sie mithilfe des Graphen zu  $f$  an, um wie viel Uhr der Wert der Aktie erstmals 400 € unterschreiten würde.

1 P



A 3.3 Berechnen Sie, auf Euro gerundet, den Wert der Aktie zu Beginn des Börsenhandelstages um 9 Uhr.

2 P

Mathematik II

Nachtermin

Aufgabe B 1

- B 1.0 Die nach oben geöffnete Normalparabel  $p$  verläuft durch die Punkte  $P(-1|4)$  und  $Q(3|-4)$ . Sie hat eine Gleichung der Form  $y = ax^2 + bx + c$  mit  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$  und  $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ;  $b, c \in \mathbb{R}$ . Die Gerade  $g$  hat die Gleichung  $y = \frac{1}{5}x + 3$  mit  $G = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ .
- B 1.1 Ermitteln Sie rechnerisch die Gleichung der Parabel  $p$ .  
Zeichnen Sie sodann die Parabel  $p$  und die Gerade  $g$  in ein Koordinatensystem.  
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm;  $-5 \leq x \leq 6$ ;  $-6 \leq y \leq 9$ .  
[Ergebnis:  $p: y = x^2 - 4x - 1$ ] 4 P
- B 1.2 Punkte  $B_n(x | x^2 - 4x - 1)$  auf der Parabel  $p$  und Punkte  $C_n$  auf der Geraden  $g$  haben dieselbe Abszisse  $x$ . Sie sind für  $x \in ]-0,8; 5[$  zusammen mit Punkten  $A_n$  und  $D_n$  die Eckpunkte von Parallelogrammen  $A_nB_nC_nD_n$ .  
Es gilt:  $\overrightarrow{B_nA_n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$ .  
Zeichnen Sie die Parallelogramme  $A_1B_1C_1D_1$  für  $x = 0,5$  und  $A_2B_2C_2D_2$  für  $x = 4,5$  in das Koordinatensystem zu 1.1 ein. 2 P
- B 1.3 Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes  $A_1$ . 2 P
- B 1.4 Berechnen Sie den Flächeninhalt  $A$  der Parallelogramme  $A_nB_nC_nD_n$  in Abhängigkeit von der Abszisse  $x$  der Punkte  $B_n$ .  
Überprüfen Sie sodann rechnerisch, ob es unter den Parallelogrammen  $A_nB_nC_nD_n$  ein Parallelogramm mit dem Flächeninhalt 40 FE gibt.  
[Ergebnis:  $A(x) = (-4x^2 + 16,8x + 16)$  FE] 4 P
- B 1.5 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Winkel  $C_nB_nA_n$  stets das Maß  $45^\circ$  besitzen. 2 P
- B 1.6 Im Parallelogramm  $A_3B_3C_3D_3$  gilt:  $\sphericalangle B_3A_3C_3 = 30^\circ$ .  
Berechnen Sie die Länge der Seite  $[B_3C_3]$ . Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. 3 P

[Lösung](#)

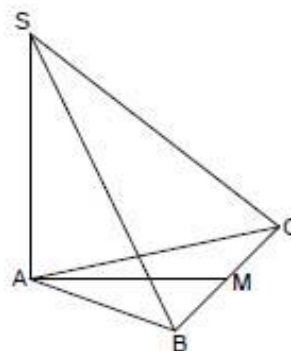
**MII Nach B2**

- B 2.0 Die nebenstehende Skizze zeigt ein Schrägbild der Pyramide  $ABCS$ , deren Grundfläche das gleichschenklige Dreieck  $ABC$  mit der Basis  $[BC]$  ist. Der Punkt  $M$  ist der Mittelpunkt der Strecke  $[BC]$ .

Die Spitze  $S$  der Pyramide  $ABCS$  liegt senkrecht über dem Punkt  $A$ .

Es gilt:  $\overline{AB} = 10 \text{ cm}$ ;  $\overline{AS} = 10 \text{ cm}$ ;  $\overline{AM} = 8 \text{ cm}$ .

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.



- B 2.1 Berechnen Sie die Länge der Strecke  $[BC]$ .  
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild der Pyramide  $ABCS$ , wobei die Strecke  $[AM]$  auf der Schrägbildachse liegen soll.

Für die Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ .

[Ergebnis:  $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$ ]

3 P

- B 2.2 Berechnen Sie die Länge der Strecke  $[MS]$  und das Maß  $\varepsilon$  des Neigungswinkels der Seitenfläche  $BCS$  gegen die Grundfläche  $ABC$ .

[Ergebnisse:  $\overline{MS} = 12,81 \text{ cm}$ ;  $\varepsilon = 51,34^\circ$ ]

2 P

- B 2.3 Für den Punkt  $F$  gilt:  $F \in [MS]$  und  $\overline{SF} = 7 \text{ cm}$ .

Zeichnen Sie den Punkt  $F$  in das Schrägbild zu 2.1 ein und ermitteln Sie sodann das Maß  $\varphi$  des Winkels  $MAF$  durch Rechnung.

4 P

- B 2.4 Punkte  $Q_n \in [AB]$  und Punkte  $R_n \in [AC]$  sind zusammen mit den Punkten  $B$  und  $C$  die Eckpunkte von Trapezen  $Q_n B C R_n$ . Die Mittelpunkte der Strecken  $[Q_n R_n]$  sind die Punkte  $P_n$ . Es gilt:  $Q_n R_n \parallel BC$  und  $\overline{MP_n} = x \text{ cm}$  ( $0 < x < 8$ ;  $x \in \mathbb{R}$ ).

Zeichnen Sie für  $x = 5,5$  das Trapez  $Q_1 B C R_1$  in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecken  $[Q_n R_n]$  in Abhängigkeit von  $x$ .

[Ergebnis:  $\overline{Q_n R_n}(x) = (12 - 1,5x) \text{ cm}$ ]

2 P

- B 2.5 Die Trapeze  $Q_n B C R_n$  sind die Grundflächen von Pyramiden  $Q_n B C R_n F$  mit der Spitze  $F$ .

Zeichnen Sie die Pyramide  $Q_1 B C R_1 F$  und ihre Höhe  $[FH]$  mit dem Höhenfußpunkt  $H \in [AM]$  in das Schrägbild zu 2.1 ein.

Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich das Volumen  $V$  der Pyramiden  $Q_n B C R_n F$  in Abhängigkeit von  $x$  wie folgt darstellen lässt:

$V(x) = (-1,14x^2 + 18,16x) \text{ cm}^3$ .

3 P

- B 2.6 Das Volumen der Pyramide  $Q_2 B C R_2 F$  beträgt 25% des Volumens der Pyramide  $ABCS$ .

Berechnen Sie den zugehörigen Wert von  $x$ .

3 P