Prüfungsaufgaben Aufgabe 242

Abschlussprüfung 2018

an den Realschulen in Bayern

Prüfungsdauer: 150 Minuten

Mathematik I

Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Gegeben ist die Funktion f_1 mit der Gleichung $y = -2 \cdot \log_{0,5} x - 1{,}5$ ($\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$). Der Graph der Funktion f_1 wird durch orthogonale Affinität mit der x-Achse als Affinitätsachse und dem Affinitätsmaßstab $k = -0{,}5$ sowie anschließende Parallelverschiebung mit dem Vektor $\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$ auf den Graphen der Funktion f_2 abgebildet.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion f_2 die Gleichung $y = \log_{0,5} x - 0{,}75$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ hat. 2 P

B 1.2 Zeichnen Sie die Graphen zu f_1 und f_2 für $x \in [0{,}5\,;11]$ in ein Koordinatensystem. Berechnen Sie sodann die Nullstelle der Funktion f_1.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-1 \leqq x \leqq 12$; $-5 \leqq y \leqq 6$ 4 P

B 1.3 Punkte $A_n\left(x \,\middle|\, -2 \cdot \log_{0,5} x - 1{,}5\right)$ auf dem Graphen zu f_1 haben dieselbe Abszisse x wie Punkte $B_n\left(x \,\middle|\, \log_{0,5} x - 0{,}75\right)$ auf dem Graphen zu f_2. Sie sind für $x > 1{,}19$ zusammen mit Punkten C_n Eckpunkte von Dreiecken $A_nB_nC_n$.

Es gilt: $\overrightarrow{A_nC_n} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1{,}5 \end{pmatrix}$.

Zeichnen Sie das Dreieck $A_1B_1C_1$ für $x = 2$ und das Dreieck $A_2B_2C_2$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu B 1.2 ein. 2 P

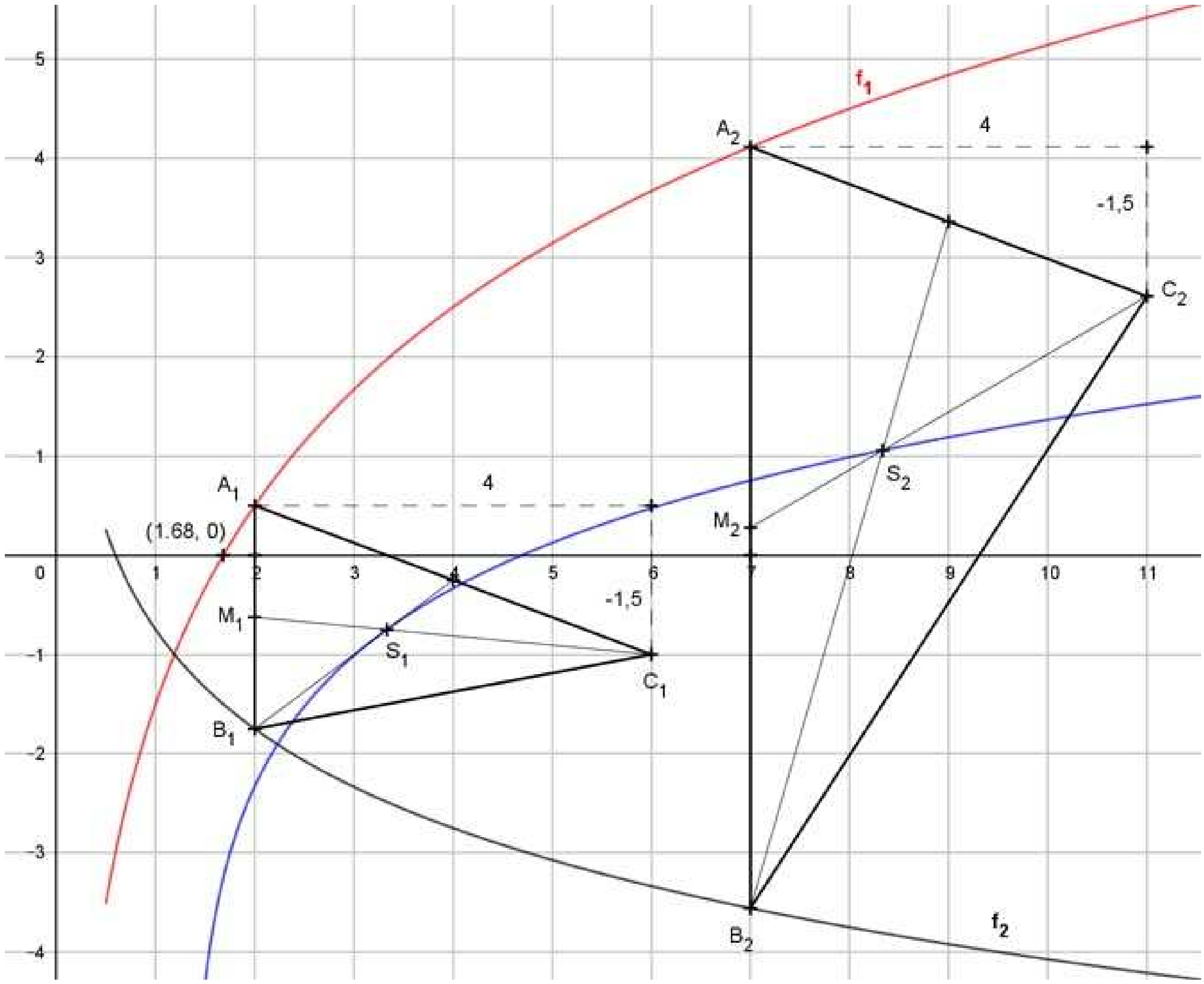
B 1.4 Das Dreieck $A_3B_3C_3$ ist gleichschenklig mit der Basis $[A_3B_3]$.
Bestimmen Sie rechnerisch die x-Koordinate des Punktes A_3. 4 P

B 1.5 Berechnen Sie die Koordinaten der Schwerpunkte S_n der Dreiecke $A_nB_nC_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n und geben Sie die Gleichung des Trägergraphen der Punkte S_n an.
Zeichnen Sie sodann die Schwerpunkte S_1 und S_2 der Dreiecke $A_1B_1C_1$ und $A_2B_2C_2$ in das Koordinatensystem zu B 1.2 ein. 5 P

1.0, 1.2, 1.3, 1.5

Wertetabellen für f_1 und f_2:

x	0,5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
f_1	-3,5	-1,5	0,5	1,67	2,5	3,14	3,67	4,11	4,5	4,84	5,14	5,42
f_2	0,25	-0,75	-1,75	-2,33	-2,75	-3,07	-3,33	-3,56	-3,75	-3,92	-4,07	-4,21



1.1

$f_2 = k * f_1 + v_y = - 0{,}5 * f_1 - 1{,}5$

$x_2 = x_1 + v_x \,|-v_x$

$x_1 = x_2 - v_x = x_2 - 0$

$f_2 = - 0{,}5 * (- 2 * \log_{0,5}(x_2 - 0) - 1{,}5) - 1{,}5$

$\mathbf{f_2 = \log_{0,5} x_2 - 0{,}75}$ für $x_2 > 0$

1.2

$- 2 * \log_{0,5} x - 1,5 = 0 \;|+1,5$

$- 2 * \log_{0,5} x = 1,5 \;|\; :(-2)$

$\log_{0,5} x = - 0,75$

Entlogarithmiert (in der Potenzschreibweise):

$\mathbf{x =} 0,5^{-0,75} = \mathbf{1,68}$

1.4

Gleichschenklig mit der Basis AB bedeutet: $A_3B_3 = 2 * 1,5 = 3$ LE, weil C dann auf der Mittelsenkrechten von AB liegt, d.h 1,5 LE von A und 1,5 LE von B entfernt.

Länge von AB:

$AB = f_{1(x)} - f_{2(x)}$

$AB = - 2 * \log_{0,5} x - 1,5 - (\log_{0,5} x - 0,75)$

$AB = - 3 * \log_{0,5} x - 0,75$

Mit AB = 3 LE

$3 = - 3 * \log_{0,5} x - 0,75 \;|+0,75$

$3,75 = - 3 * \log_{0,5} x \;|\; :-3$

$- 1,25 = \log_{0,5} x$

Entlogarithmiert (in der Potenzschreibweise):

$\mathbf{x =} 0,5^{-1,25} = \mathbf{2,38}$

1.5

Der Schwerpunkt S eines Dreiecks liegt im Schnittpunkt der Seitenhalbierenden. Er teilt sie im Verhältnis 1 : 2.

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} x \\ -2\log_{0,5}x - 1,5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -1,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+4 \\ -2\log_{0,5}x - 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \tfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x \\ -2\log_{0,5}x - 1,5 \end{pmatrix} + \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ 3\log_{0,5} x + 0,75 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ -0,5\log_{0,5}x - 1,125 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} x + 4 \\ -2\log_{0,5}x - 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ -0,5\log_{0,5}x - 1,125 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1,5\log_{0,5}x - 1,875 \end{pmatrix}$

In einem beliebigen Dreieck ABC gilt:

$MS = \frac{1}{3} * MC$ und $SC = \frac{2}{3} * MC$

$\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OM} + \frac{1}{3}\overrightarrow{MC}$

In einem beliebigen Dreieck ABC gilt:

$MS = \frac{1}{3} * MC$

$\overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} x \\ -0,5\log_{0,5}x - 1,125 \end{pmatrix} + \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 4 \\ -1,5\log_{0,5} x + 1,875 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 1,33 \\ -\log_{0,5}x - 1,75 \end{pmatrix}$

Für den Trägergraphen gilt:

$x_T = x + 1,33 \mid -1,33$

$x = x_T - 1,33$

In y_S eingesetzt:

$y_T = -\log_{0,5}(x_T - 1,33) - 1,75$