

Trigonometrische Funktionen Aufgabe 218

Ergänzen Sie die Wertetabelle für x zwischen 0 und 2π :

$$y = \sin x - 2 \cos x$$

x	1	1,57 oder 3,8
y	-0,24	1

Amplitude = 2,24 (Berechnung siehe unten) ; Periode = 2π

Berechnung der Nullstellen:

$$0 = \sin x - 2 \cos x \quad | \quad +2\cos x$$

$$2 \cos x = \sin x \quad | \quad : \cos x$$

$$\frac{\sin x}{\cos x} = 2 \quad \text{mit} \quad \frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$$

$\tan x = 2 \rightarrow x = \arctan 2 = 1,1$ oder 63° gerundet.

N_1 liegt bei 1,1 oder 63° .

N_2 liegt bei $(\pi + 1,1) = 4,24$ (4,2 gerundet) oder bei $242,9^\circ$.

Berechnung der Amplitude A:

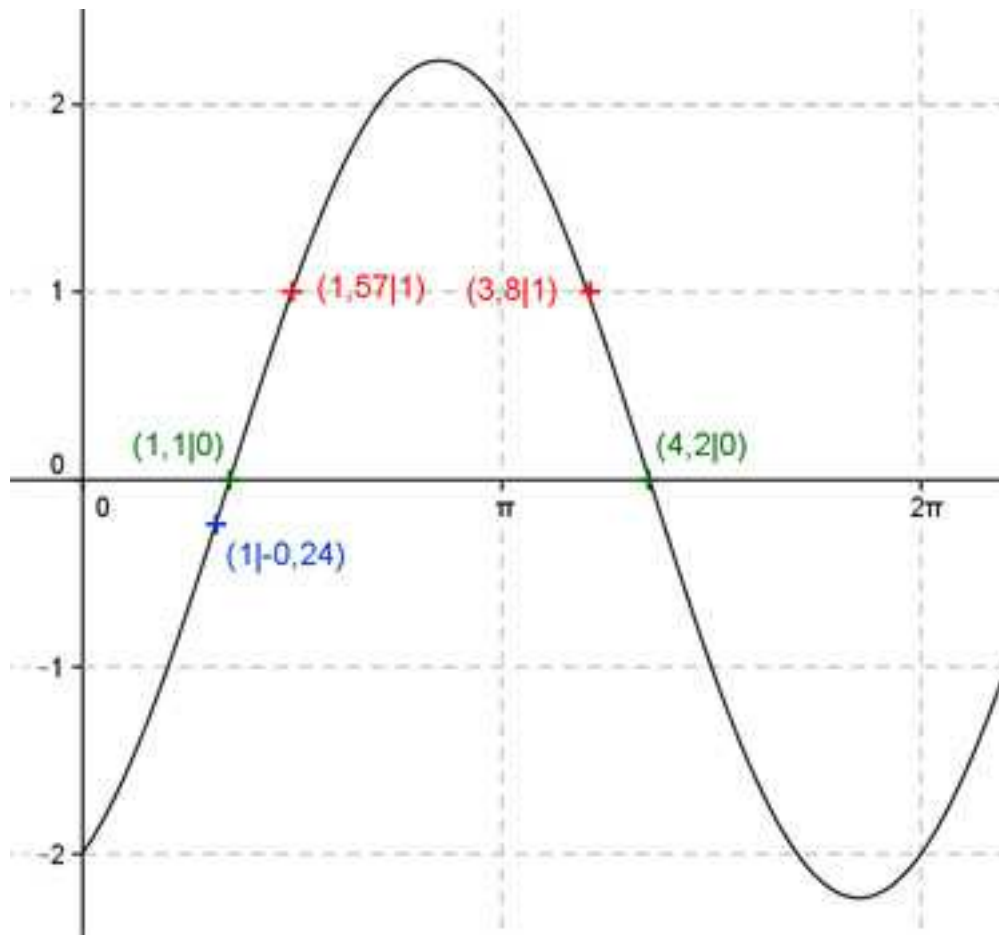
Sie tritt an den Stellen $x = 63,4^\circ + (242,9^\circ - 63,4^\circ)/2 = 153,15^\circ$ oder $2,67$ oder bei $(153,15^\circ + 180^\circ) = 333,15^\circ$ oder $5,81$ auf.

$$\begin{aligned} A &= f_{(153,15^\circ, 333,15^\circ)} = \sin 153,15^\circ - 2 \cos 153,15^\circ = \\ &= |\sin 333,15^\circ - 2 \cos 333,15^\circ| = 2,24 \text{ gerundet.} \end{aligned}$$

Funktionswert an einer Stelle x ermitteln:

$$x = 1$$

$$\begin{aligned} y &= f_{(1)} = \sin 1 - 2 \cos 1 = \sin 57,3^\circ - 2 \cos 57,3^\circ = 0,84 - 2 * 0,54 = \\ &= -0,24 \text{ gerundet.} \end{aligned}$$



Berechnung der x-Werte für $y = f(x) = 1$:

$f(x) = 1$ eingesetzt, existiert zwischen 0 und π bzw. 0° und 180° und zwischen π und 2π bzw. 180° und 360° (siehe Graph).

$$1 = \sin x - 2 \cos x$$

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$1 = \sin x - 2 \sqrt{1 - \sin^2 x} \quad | +2\sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$1 + 2\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x \quad | -1$$

$$2\sqrt{1 - \sin^2 x} = \sin x - 1 \quad |^2$$

$$4(1 - \sin^2 x) = \sin^2 x - 2 \sin x + 1$$

$$4 - 4 \sin^2 x = \sin^2 x - 2 \sin x + 1 \quad | +4\sin^2 x$$

$$4 = 5 \sin^2 x - 2 \sin x + 1 \quad | -4$$

$$5 \sin^2 x - 2 \sin x - 3 = 0 \quad | :5$$

$$\sin^2 x - 0,4 \sin x - 0,6 = 0$$

p,q - Formel:

$$p = -0,4 ; q = -0,6$$

$$\sin x_{1,2} = -\frac{-0,4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-0,4}{2}\right)^2 - (-0,6)}$$

$$\sin x_{1,2} = 0,2 \pm \sqrt{0,04 + 0,6}$$

$$\sin x_{1,2} = 0,2 \pm 0,8$$

$$\sin x_1 = 1 \quad \rightarrow x_1 = \arcsin 1 = 1,57 = \pi/2$$

$$\sin x_2 = -0,6 \quad \rightarrow x_2 = \arcsin -0,6 = -0,64$$

Weil zwischendurch quadriert wurde, ist eine Probe nötig.

Probe:

$$\text{Für } x_1: \quad \sin 1,57 - 2 \cos 1,57 = 1 ?$$

$$1 + 2 * 0 = 1 \quad \text{Lösung}$$

$$\text{Für } x_2: \quad \sin -0,6 - 2 \cos -0,6 = 1 ?$$

$$-0,64 - 2 * 0,82 = 2,28 \quad \text{keine Lösung}$$

Die Funktionswerte liegen gleich weit von der Amplitudenstelle entfernt:

$$x_1 = \pi/2 = 1,57 \text{ gerundet oder}$$

$$x_2 = 1,57 + 2 * (2,67 - 1,57) = 3,77 \text{ (3,8 gerundet und } \alpha_1 = 90^\circ \text{ oder}$$

$$\alpha_2 = 216^\circ.$$