Kurven Aufgabe 148

$f_{(x)} = (x^2 - 1) * e^x$

Produktregel erste Ableitung:

$u = x^2 - 1,\ u' = 2x$

$v = e^x,\ v' = e^x$

$f'_{(x)} = 2x * e^x + e^x * (x^2 - 1)$

$f'_{(x)} = e^x * (2x + x^2 - 1) = e^x * (x^2 + 2x - 1)$

Produktregel zweite Ableitung:

$u = e^x,\ u' = e^x$

$v = x^2 + 2x - 1,\ v' = 2x + 2$

$f''_{(x)} = e^x * (x^2 + 2x - 1) + (2x + 2) * e^x$

$f''_{(x)} = e^x * (x^2 + 2x - 1 + 2x + 2) = e^x * (x^2 + 4x + 1)$

Produktregel dritte Ableitung:

$u = e^x,\ u' = e^x$

$v = x^2 + 4x + 1,\ v' = 2x + 4$

$f'''_{(x)} = e^x * (x^2 + 4x + 1) + (2x + 4) * e^x$

$f'''_{(x)} = e^x * (x^2 + 4x + 1 + 2x + 4) = e^x * (x^2 + 6x + 5)$

Definitionsbereich: **$- \infty < x < \infty$**

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am kleinsten, wenn $x = 0{,}41$ (Extremum)

$f_{(0,41)} = - 1{,}25$ --> **$- 1{,}25 \leq f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten:

$f_{(x)} = (x^2 - 1) * e^x$ = geht gegen 0 für $x \to - \infty$

$y = 0$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$(x^2 - 1) * e^x = 0 \mid :e^x$

$x^2 - 1 = 0$ |+1

$x^2 = 1$ |√

$x_{1,2} = \pm 1$ **$N_1(1|0)$, $N_2(-1|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$f_{(0)} = (0^2 - 1) * e^0 = -1$

Sy(0|-1)

Extrempunkte:

$e^x * (x^2 + 2x - 1) = 0$ | $:e^x$

$x^2 + 2x - 1 = 0$

p, q - Formel

$p = 2, q = -1$

$x_{1,2} = \frac{-2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-1)}$

$x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{2}$

$x_{1,2} = -1 \pm 1{,}41$

$x_1 = -2{,}41$

$x_2 = 0{,}41$

$x_1 = -2{,}41$, $f_{(-2{,}41)} = ((-2{,}41)^2 - 1) * e^{-2{,}41} = 0{,}43$

$x_2 = 0{,}41$, $f_{(0{,}41)} = (0{,}41^2 - 1) * e^{0{,}41} = -1{,}25$

$f''_{(-2{,}41)} = e^{-2{,}41} * ((-2{,}41)^2 + 4 * (-2{,}41) + 1) < 0$

--> **Hochpunkt (- 2,41|0,43)**

$f''_{(0{,}41)} = e^{0{,}41} * (0{,}41^2 + 4 * 0{,}41 + 1) > 0$

--> **Tiefpunkt (0,41|- 1,25)**

Wendepunkte:

$e^x * (x^2 + 4x + 1) = 0$ | $:e^x$

$x^2 + 4x + 1 = 0$

p, q - Formel

p = 4, q = 1

$x_{1,2} = \frac{-4}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 1)}$

$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{3}$

$x_{1,2} = -2 \pm 1,73$

$x_1 = -3,73$

$x_2 = -0,27$

$x_1 = -3,73$, $f_{(-3,73)} = ((-3,73)^2 - 1) * e^{-3,73} = 0,31$

$f'''_{(-3,73)} = e^{-3,73} * ((-3,73)^2 + 6 * (-3,73) + 5) \neq 0$

--> **WP₁(- 3,73|0,31)**

$x_2 = -0,27$, $f_{(-0,27)} = ((-0,27)^2 - 1) * e^{-0,27} = -0,71$

$f'''_{(-0,27)} = e^{-0,27} * ((-0,27)^2 + 6 * (-0,27) + 5) \neq 0$

--> **WP₂(- 0,27|- 0,17)**

Graph: