Kurven Aufgabe 54

$f_{(x)} = 0{,}25x^4 + x^3$

$f'_{(x)} = x^3 + 3x^2$, $f''_{(x)} = 3x^2 + 6x$, $f'''_{(x)} = 6x + 6$

Definitionsbereich: **$-\infty < x < \infty$**

Wertebereich: **$-6{,}75 \leq f_{(x)} < \infty$** (siehe Extrempunkte)

Asymptoten: -

Symmetrie zur y-Achse bzw. zum Punkt (0|0):

$f_{(-x)} = 0{,}25(-x)^4 + (-x)^3$

$f_{(-x)} = 0{,}25x^4 - x^3 \neq f_{(x)}$

--> **keine Achsensymmetrie**

$-f_{(-x)} = -(0{,}25x^4 - x^3)$

$-f_{(-x)} = -0{,}25x^4 + x^3 \neq f_{(x)}$

---> **keine Punktsymmetrie**

Nullstellen:

$f_{(x)} = 0$

$0{,}25x^4 + x^3 = 0$

$0{,}25x^3 * (x + 4) = 0$

$0{,}25x^3 = 0 \ |:(0{,}25)$

$x_{1,2,3} = 0$

$x + 4 = 0 \ | \ -4$

$x_4 = -4$

$N_{1,2,3}(0|0)$, $N_4(-4|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$x = 0$

$f_{(0)} = 0{,}25 * 0^4 + 0^3 = 0$

$S_y(0|0)$

Extrempunkte:

$f'_{(x)} = 0$

$x^3 + 3x^2 = 0$

$x^2 * (x + 3) = 0$

$x^2 = 0$

$x_{1,2} = 0, f_{(0)} = 0$

$x + 3 = 0 \mid -3$

$x_3 = -3, f_{(-3)} = 0{,}25 * 0^4 + 0^3 = -6{,}75$

$f''_{(0)} = 3 * 0^2 + 6 * 0 = 0$

$f''_{(-3)} = 3 * (-3)^2 + 6 * (-3) > 0$ --> **Tiefpunkt (-3|-6.75)**

Wendepunkt:

$f''_{(x)} = 0$

$3x^2 + 6x = 0$

$3x * (x + 2) = 0$

$3x = 0 \mid :3$

$x_1 = 0, f_{(0)} = 0$

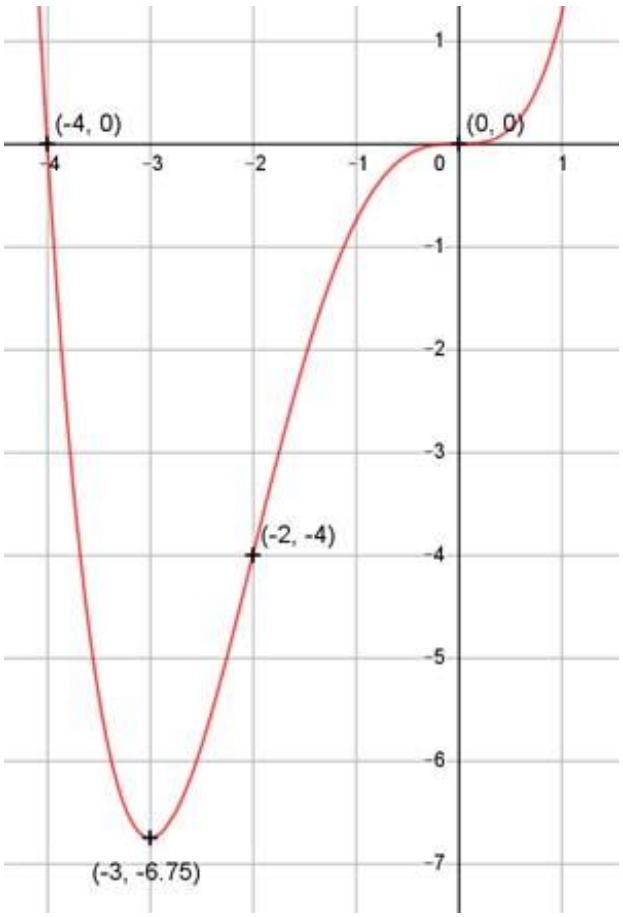
$x + 2 = 0 \mid -2$

$x_2 = -2, f_{(-2)} = 0{,}25 * (-2)^4 + (-2)^3 = -4$

$f'''_{(0)} = 6 * 0^2 + 6 \neq 0, f'_{(0)} = 0, f''_{(0)} = 0$ --> **Sattelpunkt (0|0)**

$f'''_{(-2)} = 6 * (-2)^2 + 6 \neq 0$ --> **Wendepunkt (-2|-4)**

Graph:


(-4, 0)
(0, 0)
(-2, -4)
(-3, -6.75)
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-6
-7
-4
-3
-2
-1
1