

Kurven Aufgabe 40

$$f(x) = (1/3)x^3 - 0,5x^2 - 4x - 1$$

$$f'(x) = x^2 - x - 4, f''(x) = 2x - 1, f'''(x) = 2$$

Definitionsbereich: $-\infty < x < \infty$

Wertebereich: $-\infty < f(x) < \infty$

Asymptoten: -

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$(1/3)x^3 - 0,5x^2 - 4x - 1 = 0$$

Wertetabelle:

-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
-14,3	-2,5	2,33	2,17	-1	-5,17	-8,33	-8,5	-3,67	8,17

Vorzeichenwechsel zwischen -3 und -2 --> Nullstelle gewählt $x_{01} = 2,5$

Vorzeichenwechsel zwischen -1 und 0 --> Nullstelle gewählt $x_{02} = -0,3$

Vorzeichenwechsel zwischen 4 und 5 --> Nullstelle gewählt $x_{03} = 4,3$

Newtonsches Näherungsverfahren:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = -2,5 - \frac{(1/3) * (-2,5)^3 - 0,5 * (-2,5)^2 - 4 * (-2,5) - 1}{(-2,5)^2 - (-2,5) - 4} = -2,5 - (-0,14)$$

$$x_1 = 2,64$$

$$x_2 = -0,3 - \frac{(1/3) * (-0,3)^3 - 0,5 * (-0,3)^2 - 4 * (-0,3) - 1}{(-0,3)^2 - (-0,3) - 4} = -0,3 - (-0,04)$$

$$x_2 = -0,26$$

$$x_3 = 4,3 - \frac{(1/3) * (4,3)^3 - 0,5 * (4,3)^2 - 4 * (4,3) - 1}{(4,3)^2 - (4,3) - 4} = 4,3 - (-0,09)$$

$$x_3 = 4,39$$

$$\mathbf{N_1(-2,64|0), N_2(-0,26|0), N_3(4,39|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$(1/3) * 0^3 - 0,5 * 0^2 - 4 * 0 - 1 = - 1$$

$$\mathbf{S_y(0|-1)}$$

Extrempunkte:

$$x^2 - x - 4 = 0$$

p, q - Formel:

$$p = - 1, q = - 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 - (-4)}$$

$$x_{1,2} = 0,5 \pm \sqrt{4,25}$$

$$x_{1,2} = 0,5 \pm 2,06$$

$$x_1 = 2,56, f_{(2,56)} = (1/3) * (2,56)^3 - 0,5 * (2,56)^2 - 4 * (2,56) - 1 = - 8,92$$

$$x_2 = - 1,56$$

$$f_{(-1,56)} = (1/3) * (-1,56)^3 - 0,5 * (-1,56)^2 - 4 * (-1,56) - 1 = 2,76$$

$$f'_{(2,56)} = 2 * 2,56 - 1 > 0 \text{ --> } \mathbf{\text{Tiefpunkt (2,56|-8,92)}}$$

$$f'_{(-1,56)} = 1 * (-1,56) - 1 < 0 \text{ --> } \mathbf{\text{Hochpunkt (-1,56|2,76)}}$$

Wendepunkt:

$$2x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$2x = 1 \quad | :2$$

$$x = 0,5, f_{(0,5)} = (1/3) * (0,5)^3 - 0,5 * (0,5)^2 - 4 * (0,5) - 1 = - 3,08$$

$$f'''_{(0,5)} \neq 0$$

$$\text{--> } \mathbf{\text{Wendepunkt (0,5|-3,08)}}$$

Graph:

