

Kurven Aufgabe 178

$$f(x) = 2 * \sin x * (1 - 2 * \cos x) \quad x \text{ im Bogenmaß}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = 2 * \sin x, u' = 2 * \cos x$$

$$v = 1 - 2 * \cos x, v' = -2 * (-\sin x) = 2 * \sin x$$

$$f'(x) = 2 * \cos x * (1 - 2 * \cos x) + 2 * \sin x * 2 * \sin x$$

$$f'(x) = 2 * \cos x - 4 * \cos^2 x + 4 * \sin^2 x$$

Summen- und 2mal-Kettenregel zweite Ableitung:

$$f''(x) = -2 * \sin x - 4 * (2 * \cos x * (-\sin x)) + 4 * 2 \sin x * \cos x$$

$$f''(x) = 16 * \sin x * \cos x - 2 * \sin x$$

Summen- und Produktregel dritte Ableitung:

$$u = 16 * \sin x, u' = 16 * \cos x$$

$$v = \cos x, v' = -\sin x$$

$$f'''(x) = 16 * \cos x * \cos x + (-\sin x) * 16 \sin x - 2 * \cos x$$

$$f'''(x) = 16 \cos^2 x - 16 * \sin^2 x - 2 * \cos x$$

Definitionsbereich: $0 \leq x \leq 2\pi$

Wertebereich: $-3,52 \leq f(x) \leq 3,52$ (siehe Extrempunkte)

Nullstellen:

$$2 * \sin x * (1 - 2 * \cos x) = 0$$

$$2 * \sin x = 0 \quad | :2$$

$$\sin x = 0$$

$$x_1 = 0 \quad \mathbf{N_1 (0|0)}$$

$$x_2 = \pi = 3,14 \triangleq 180^\circ \quad \mathbf{N_2 (3,14|0)}$$

$$x_3 = 2\pi = 6,28 \triangleq 360^\circ \quad \mathbf{N_3 (6,28|0)}$$

$$1 - 2 * \cos x = 0 \quad | + 2 * \cos x$$

$$2 * \cos x = 1 \quad | :2$$

$$\cos x = 0,5$$

$$x_4 = \pi/3 = 1,05 \triangleq 60^\circ \quad \mathbf{N_4 (1,05|0)}$$

$$x_5 = (5/3)\pi = 5,24 \triangleq 300^\circ \quad \mathbf{N_5 (5,24|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f_{(0)} = 2 * \sin 0 * (1 - 2 * \cos 0) = 0$$

Sy (0|0)

Extrempunkte:

$$2 * \cos x - 4 * \cos^2 x + 4 * \sin^2 x = 0$$

Wertetabelle:

0	1	2	3	4	5	6	2π
-2	2,7	1,8	-5,8	-0,7	3,9	-1,4	-3

Vorzeichenwechsel zwischen 0 und 1, gewählt Nullstelle $x_{01} = 0,43$

Vorzeichenwechsel zwischen 2 und 3, gewählt Nullstelle $x_{02} = 2,24$

Vorzeichenwechsel zwischen 4 und 5, gewählt Nullstelle $x_{03} = 4,15$

Vorzeichenwechsel zwischen 5 und 6, gewählt Nullstelle $x_{04} = 5,74$

Näherungsverfahren von Newton:

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = 0,43 - \frac{2 * \cos 0,43 - 4 * \cos^2 0,43 + 4 * \sin^2 0,43}{16 * \sin 0,43 * \cos 0,43 - 2 * \sin 0,43}$$

$$x_1 = 0,43 - (-0,15) = 0,58$$

$$f_{(0,58)} = 2 * \sin 0,58 * (1 - 2 * \cos 0,58) = -0,74$$

$$x_2 = 2,24 - \frac{2 * \cos 2,24 - 4 * \cos^2 2,24 + 4 * \sin^2 2,24}{16 * \sin 2,24 * \cos 2,24 - 2 * \sin 2,24}$$

$$x_2 = 2,24 - 0,03 = 2,21$$

$$f_{(2,21)} = 2 * \sin 2,21 * (1 - 2 * \cos 2,21) = 3,52$$

$$x_3 = 4,15 - \frac{2 * \cos 4,15 - 4 * \cos^2 4,15 + 4 * \sin^2 4,15}{16 * \sin 4,15 * \cos 4,15 - 2 * \sin 4,15}$$

$$x_3 = 4,15 - 0,07 = 4,08$$

$$f_{(4,08)} = 2 * \sin 4,08 * (1 - 2 * \cos 4,08) = - 3,52$$

$$x_4 = 5,74 - \frac{2 * \cos 5,74 - 4 * \cos^2 5,74 + 4 * \sin^2 5,74}{16 * \sin 5,74 * \cos 5,74 - 2 * \sin 5,74}$$

$$x_4 = 5,74 - 0,02 = 5,72$$

$$f_{(5,72)} = 2 * \sin 5,72 * (1 - 2 * \cos 5,72) = 0,74$$

$$f'_{(0,58)} = 16 * \sin 0,58 * \cos 0,58 - 2 * \sin 0,58 > 0$$

--> **Tiefpunkt (0,58|- 0,74)**

$$f'_{(2,21)} = 16 * \sin 2,21 * \cos 2,21 - 2 * \sin 2,21 < 0$$

--> **Hochpunkt (2,21|3,52)**

$$f'_{(4,08)} = 16 * \sin 4,08 * \cos 4,08 - 2 * \sin 4,08 > 0$$

--> **Tiefpunkt (2,21|- 3,52)**

$$f'_{(5,72)} = 16 * \sin 5,72 * \cos 5,72 - 2 * \sin 5,72 < 0$$

--> **Hochpunkt (5,72|0,74)**

Wendepunkte:

$$16 * \sin x * \cos x - 2 * \sin x = 0$$

$$2 * \sin x * (8\cos x - 1) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x_1 = 0, f_{(0)} = 0, f'''_{(0)} = 16 * \cos^2 0 - 16 * \sin^2 0 - 2 * \cos 0 \neq 0$$

--> **WP₁ (0|0)**

$$x_2 = \pi = 3,14, f_{(3,14)} = 0$$

$$f'''_{(3,14)} = 16 * \cos^2 3,14 - 16 * \sin^2 3,14 - 2 * \cos 3,14 \neq 0$$

--> **WP₂ (3,14|0)**

$$x_3 = 2\pi = 6,28, f_{(3,14)} = 0$$

$$f'''_{(6,28)} = 16 * \cos^2 6,28 - 16 * \sin^2 6,28 - 2 * \cos 6,28 \neq 0$$

--> **WP₂ (6,28|0)**

$$8 * \cos x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$8 * \cos x = 1 \quad | :8$$

$$\cos x = 0,125$$

$$x_4 = 1,45 \triangleq 82,8^\circ$$

$$f_{(1,45)} = 2 * \sin 1,45 * (1 - 2 * \cos 1,45) = 1,51$$

$$f'''_{(1,45)} = 16 * \cos^2 1,445 - 16 * \sin^2 1,445 - 2 * \cos 1,445 \neq 0$$

--> **WP₄ (1,45|1,51)**

$$x_5 = 4,84 \triangleq 277,2^\circ$$

$$f_{(4,84)} = 2 * \sin 4,84 * (1 - 2 * \cos 4,84) = -1,48$$

$$f'''_{(4,84)} = 16 * \cos^2 4,84 - 16 * \sin^2 4,84 - 2 * \cos 4,84 \neq 0$$

--> **WP₅ (4,84|-1,48)**

Graph:

