Kurven Aufgabe 171

$$\mathbf{f_{(x)} = \frac{1 - \ln x}{x}} = (1 - \ln x) * x^{-1}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = 1 - \ln x,\ u' = -\frac{1}{x}$$

$$v = x^{-1},\ v' = -x^{-2}$$

$$f'_{(x)} = -\frac{1}{x} * x^{-1} + (-x^{-2}) * (1 - \ln x) = -x^{-2} - x^{-2} * (1 - \ln x)$$

$$f'(x) = x^{-2} * (-1 - 1 * (1 - \ln x)) = \frac{\ln x - 2}{x^2}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$$u = \ln x - 2,\ u' = \frac{1}{x}$$

$$v = x^2,\ v' = 2x$$

$$f''_{(x)} = \frac{\frac{1}{x} * x^2 - 2x * (\ln x - 2)}{x^4} = \frac{x - 2x * \ln x + 4x}{x^4} = \frac{x * (5 - 2 * \ln x)}{x^4}$$

$$f''_{(x)} = \frac{5 - 2 * \ln x}{x^3}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$:

$$u = 5 - 2 * \ln x,\ u' = -\frac{2}{\ln x}$$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{-\frac{2}{\ln x}}{x^3} = -\frac{2}{x^3 * \ln x}$$ ist ≠ 0 für alle $x > 0$

Definitionsbereich: **$0 < x < \infty$**

Wertebereich: $f_{(x)}$ wird dann am kleinsten, wenn x = 7,39 und

f(x) = - 0,14 --> **$-0{,}14 \leq f_{(x)} < \infty$**

Asymptoten:

Für x --> 0 geht $f_{(x)}$ --> ∞

x = 0

Für x --> ∞ geht y --> 0

y = 0

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$\frac{1 - \ln x}{} = 0 \mid *x$$

$1 - \ln x = 0 \mid +\ln x$

$\ln x = 1$

x = e = 2,72 **N(2,72|0)**

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

Extrempunkte:

$$\frac{\ln x - 2}{x^2} = 0 \mid *x^2$$

$\ln x - 2 = 0 \mid +2$

$\ln x = 2$

$$x = e^2 = 7{,}39,\ f(7{,}39) = \frac{1 - \ln e^2}{7{,}39} = \frac{-1}{7{,}39} = -0{,}14$$

$$f''_{(e^2)} = \frac{5 - 2 * \ln e^2}{(e^2)^3} > 0 \text{ --> }$$ **Tiefpunkt (7,39|-0,14)**

Wendepunkte:

$$\frac{5 - 2 * \ln x}{x^3} = 0 \mid *x^3$$

$5 - 2 * \ln x = 0 \mid + 2 * \ln x$

$2 * \ln x = 5 \mid :2$

$\ln x = 2{,}5$

$$x = e^{2,5} = 12{,}18, \; f(e^{2,5}) = \frac{1 - \ln e^{2,5}}{12{,}18} = -0{,}12$$ **WP(12,18|-0,12)**

Graph: