Kurven Aufgabe 156

$f_{(x)} = (\ln x)^2 - 1$

Kettenregel erste Ableitung:

$$f'_{(x)} = \frac{2 * \ln x}{x}$$

Quotientenregel zweite Ableitung:

$$u = 2 * \ln x,\ u' = \frac{2}{x}$$

$$v = x,\ v' = 1$$

$$f''_{(x)} = \frac{\frac{2}{x} * x - 1 * 2 * \ln x}{x^2} = \frac{2 - 2 * \ln x}{x^2}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''_{(x)} \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = 2 - 2 * \ln x,\ u' = -\frac{2}{x}$$

$$f'''_{(x)} = \frac{u'}{v} = \frac{\frac{-2}{x}}{x^2} = \frac{-2}{x^3} \neq 0 \text{ für } x \neq 0$$

Wegen ln x, muss x > 0 sein

Definitionsbereich: **$0 < x < \infty$**

Senkrechte Asymptote:

Für x gegen 0 geht $f_{(x)}$ gegen ∞

Wertebereich: f(x) wird am kleinsten, wenn x = 1 (Extremum)

und $f_{(1)} = -1$ --> **$-1 \leq f_{(x)} < \infty$**

Symmetrie zur y-Achse bzw. zum Punkt (0|0):

$f_{(-x)} = (\ln (-x))^2 - 1 \neq f_{(x)}$

--> **keine Achsensymmetrie**

$-f_{(-x)} = -[(\ln(-x))^2 - 1] \neq f_{(x)}$

--> **keine Punktsymmetrie**

Nullstellen:

$f_{(x)} = 0$

$(\ln x)^2 - 1 = 0 \mid +1$

$(\ln x)^2 = 1 \mid \sqrt{}$

$\ln x = \pm 1$

$x_1 = e^1 = 2{,}72$ **$N_1(2{,}72|0)$**

$x_2 = e^{-1} = 0{,}37$ **$N_2(0{,}37|0)$**

Schnittpunkt mit der y-Achse:

x = 0 liegt nicht im Definitionsbereich --> kein Schnittpunkt

Extrempunkte:

$f'_{(x)} = 0$

$$\frac{2 * \ln x}{x} = 0 \mid * x$$

$2 * \ln x = 0 \mid :2$

$\ln x = 0$

$x = e^0 = 1$, $f_{(1)} = (\ln 1)^2 - 1 = -1$

$$f''_{(1)} = \frac{2 - 2 * \ln 1}{1^2} > 0$$ --> **Tiefpunkt (1|-1)**

Wendepunkte:

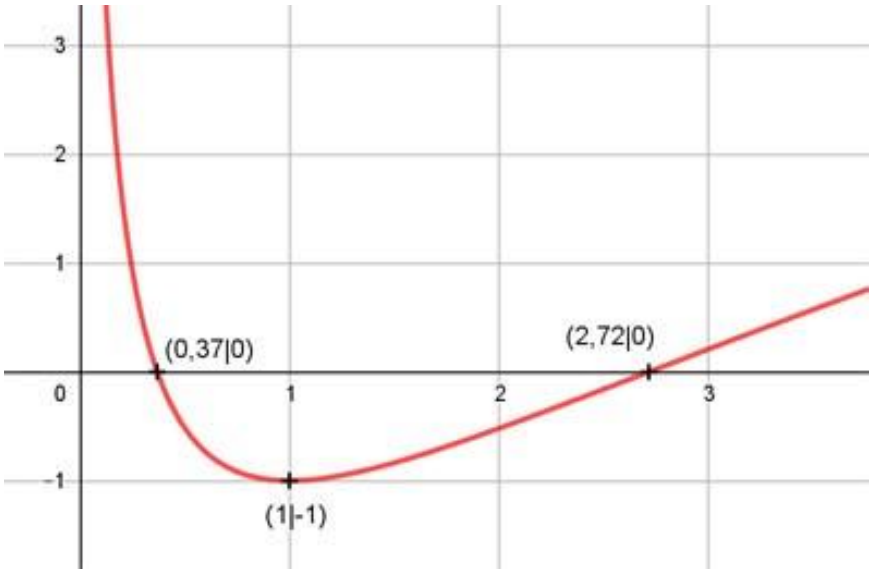
$f''_{(x)} = 0$

$$\frac{2 - 2 * \ln x}{x^2} = 0 \mid * x^2$$

$2 - 2 * \ln x = 0 | +2 * \ln x$

$2 * \ln x = 2 \mid :2$

$\ln x = 1$

$x = e = 2{,}72$, $f(e) = (\ln e)^2 - 1 = 0$ --> **WP(2,72|0)**

Graph: