

Kurven Aufgabe 149

$$f(x) = (x^2 - 2x) * e^{-x}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = x^2 - 2x, u' = 2x - 2$$

$$v = e^{-x}$$

Kettenregel:

$$v' = -e^{-x}$$

$$f'(x) = (2x - 2) * e^{-x} + (-e^{-x}) * (x^2 - 2x)$$

$$f'(x) = e^{-x} * (2x - 2 - x^2 + 2x) = e^{-x} * (-x^2 + 4x - 2)$$

Produktregel zweite Ableitung:

$$u = e^{-x}$$

Kettenregel:

$$u' = -e^{-x}$$

$$v = -x^2 + 4x - 2, v' = -2x + 4$$

$$f''(x) = -e^{-x} * (-x^2 + 4x - 2) + (-2x + 4) * e^{-x}$$

$$f''(x) = e^{-x} * (x^2 - 4x + 2 - 2x + 4) = e^{-x} * (x^2 - 6x + 6) = \frac{x^2 + 6x - 6}{e^x}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''(x) \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = x^2 + 6x - 6, u' = 2x + 6$$

$$f'''(x) = \frac{u'}{v} = \frac{2x + 6}{e^x} \neq 0 \text{ für alle } x \neq -3$$

Definitionsbereich: $-\infty < x < \infty$

Wertebereich: $f(x)$ wird dann am kleinsten, wenn $x = 0,59$ (Extremum)

$$f_{(0,59)} = -0,46 \rightarrow -0,46 \leq f(x) < \infty$$

Asymptoten:

$$f(x) = (x^2 - 2x) * e^{-x} \rightarrow 0 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

$$y = 0$$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$(x^2 - 2x) * e^{-x} = 0 \quad | :e^{-x}$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x * (x - 2) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad | +2$$

$$x_2 = 2 \quad \mathbf{N_1(0|0), N_2(2|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$$f(0) = (0^2 - 2 * 0) * e^{-0} = 0$$

$$\mathbf{Sy(0|0)}$$

Extrempunkte:

$$e^{-x} * (-x^2 + 4x - 2) = 0 \quad | :e^{-x}$$

$$-x^2 + 4x - 2 = 0 \quad | * (-1)$$

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

p, q - Formel

$$p = -4, q = 2$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-4)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

$$x_{1,2} = 2 \pm 1,41$$

$$x_1 = 3,41$$

$$x_2 = 0,59$$

$$x_1 = 3,41, f_{(3,41)} = (3,41^2 - 2 * 3,41) * e^{-3,41} = 0,16$$

$$x_2 = 0,59, f_{(0,59)} = (0,59^2 - 2 * 0,59) * e^{-0,59} = -0,46$$

$$f''(3,41) = e^{-3,41} * (3,41^2 - 6 * 3,41 + 6) < 0$$

--> **Hochpunkt (3,41|0,16)**

$$f''(0,59) = e^{-0,59} * (0,59^2 - 6 * 0,59 + 6) > 0$$

--> **Tiefpunkt (0,59|- 0,46)**

Wendepunkte:

$$e^{-x} * (x^2 - 6x + 6) = 0 \quad | :e^{-x}$$

$$x^2 - 6x + 6 = 0$$

p, q - Formel

$$p = -6, q = 6$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-6)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-6}{2}\right)^2 - 6}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{3}$$

$$x_{1,2} = 3 \pm 1,73$$

$$x_1 = 4,73$$

$$x_2 = 1,27$$

$$x_1 = 4,73, f(4,73) = (4,73^2 - 2 * 4,73) * e^{-4,73} = 0,11$$

--> **WP₁(4,73|0,11)**

$$x_1 = 1,27, f(1,27) = (1,27^2 - 2 * 1,27) * e^{-1,27} = -0,26$$

--> **WP₂(1,27|- 0,26)**

Graph:

