

Kurven Aufgabe 141

$$f(x) = 8 * x * e^{-0,5x}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = 8x, u' = 8$$

$$v = e^{-0,5x}$$

Kettenregel:

$$v' = -0,5 * e^{-0,5x}$$

$$f'(x) = 8 * e^{-0,5x} + (-0,5 * e^{-0,5x}) * 8x = e^{-0,5x} * (8 - 4x)$$

Produktregel zweite Ableitung:

$$u = e^{-0,5x}$$

Kettenregel:

$$u' = -0,5 * e^{-0,5x}$$

$$v = 8 - 4x, v' = -4$$

$$f''(x) = -0,5 * e^{-0,5x} * (8 - 4x) + (-4) * e^{-0,5x} = e^{-0,5x} * (-4 + 2x - 4)$$

$$f''(x) = e^{-0,5x} * (2x - 8)$$

Produktregel dritte Ableitung:

$$u = e^{-0,5x}$$

Kettenregel:

$$u' = -0,5x * e^{-0,5x}$$

$$v = 2x - 8, v' = 2$$

$$f'''(x) = (-0,5 * e^{-0,5x}) * (2x - 8) + 2 * e^{-0,5x} = e^{-0,5x} * (-x + 4 + 2)$$

$$f'''(x) = e^{-0,5x} * (6 - x)$$

Definitionsbereich: $-\infty < x < \infty$

Wertebereich: $f(x)$ wird dann am größten, wenn $x = 2$ (Extremum)

$$f(2) = 5,89 \rightarrow -\infty < f(x) \leq 5,89$$

Asymptoten:

$$f(x) = 8x * e^{-0,5x} = \frac{8x}{e^{0,5x}} = 0 \text{ für } x \rightarrow \infty$$

$$y = 0$$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$8x * e^{-0,5x} = 0 \quad | :e^{-0,5x}$$

$$8x = 0 \quad | :8$$

$$x = 0 \quad \mathbf{N(0|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: -

$$f(0) = 8 * 0 * e^{-0,5 * 0} = 0$$

$$\mathbf{Sy(0|0)}$$

Extrempunkte:

$$e^{-0,5x} * (8 - 4x) = 0 \quad | :e^{-0,5x}$$

$$8 - 4x = 0 \quad | +4x$$

$$4x = 8 \quad | :4$$

$$x = 2, f(2) = 8 * 2 * e^{-0,5 * 2} = 5,89$$

$$f''(2) = e^{-0,5 * 2} * (2 * 2 - 8) < 0 \rightarrow \mathbf{Hochpunkt (2|5,89)}$$

Wendepunkte:

$$e^{-0,5x} * (2x - 8) = 0 \quad | :e^{-0,5x}$$

$$2x - 8 = 0 \quad | +8$$

$$2x = 8 \quad | :2$$

$$x = 4, f(4) = 8 * 4 * e^{-0,5 * 4} = 4,33$$

$$f'''(4) = e^{-0,5 * 4} * (6 - 4) \neq 0 \rightarrow \mathbf{WP(4|4,33)}$$

Graph:

