

Kurven Aufgabe 127

$$f(x) = 0,5x * \sqrt{4 - 2x}$$

$$f(x) = 0,5x * (4 - 2x)^{0,5}$$

Produktregel erste Ableitung:

$$u = 0,5x, u' = 0,5$$

$$v = (4 - 2x)^{0,5}$$

Kettenregel:

$$v' = 0,5 * (-2) * (4 - 2x)^{-0,5} = - (4 - 2x)^{-0,5}$$

$$f'(x) = 0,5 * (4 - 2x)^{0,5} - (4 - 2x)^{-0,5} * 0,5x$$

$$f'(x) = 0,5 * \left[(4 - 2x)^{0,5} - \frac{x}{(4 - 2x)^{0,5}} \right]$$

$$f'(x) = 0,5 * \frac{4 - 2x - x}{(4 - 2x)^{0,5}} = \frac{2 - 1,5x}{(4 - 2x)^{0,5}} = (2 - 1,5x) * (4 - 2x)^{-0,5}$$

Produktregel zweite Ableitung:

$$u = 2 - 1,5x, u' = - 1,5$$

$$v = (4 - 2x)^{-0,5}$$

Kettenregel:

$$v' = (- 0,5) * (- 2) * (4 - 2x)^{-1,5} = (4 - 2x)^{-1,5}$$

$$f''(x) = - 1,5 * (4 - 2x)^{-0,5} + (4 - 2x)^{-1,5} * (2 - 1,5x)$$

$$f''(x) = - \frac{1,5}{(4 - 2x)^{0,5}} + \frac{2 - 1,5x}{(4 - 2x)^{1,5}}$$

$$f''(x) = \frac{- 1}{(4 - 2x)^{0,5}} * \left(1,5 - \frac{2 - 1,5x}{(4 - 2x)} \right)$$

$$f''(x) = \frac{- 1}{(4 - 2x)^{0,5}} * \left(\frac{1,5 * (4 - 2x) - (2 - 1,5x)}{4 - 2x} \right)$$

$$f''(x) = \frac{-1}{(4-2x)^{0,5}} * \left(\frac{6-3x-2+1,5x}{(4-2x)} \right) = - \frac{4-1,5x}{(4-2x)^{1,5}}$$

Zur Beurteilung, ob $f'''(x) \neq 0$: (Begründung siehe Aufgabe 105)

$$u = -(4 - 1,5x) = 1,5x - 4, u' = 1,5$$

$$f'''(x) = \frac{u'}{v} = \frac{1,5}{(4-2x)^{1,5}} \neq 0 \text{ für alle } x < 2$$

Definitionsbereich: $-\infty < x \leq 2$

Wertebereich: $f(x)$ wird dann am größten, wenn $x = 4/3$ (Extremum)

$$f(x) = 0,77 \rightarrow -\infty < f(x) \leq 0,77$$

Symmetrie: -

Nullstellen:

$$0,5x * \sqrt{4-2x} = 0 \quad |^2$$

$$0,25x^2 * (4-2x) = 0$$

$$x^2 - 0,5x^3 = 0$$

$$x^2 * (1 - 0,5x) = 0$$

$$x_1 = 0$$

$$1 - 0,5x = 0 \quad | +0,5x$$

$$0,5x = 1 \quad | :0,5$$

$$x_2 = 2 \quad \mathbf{N_1(0|0), N_2(2|0)}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$$f(0) = f(x) = 0,5 * 0 * \sqrt{4-2+0} = 0$$

S_y(0|0)

Extrempunkte:

$$\frac{2-1,5x}{(4-2x)^{0,5}} = 0 \quad | *(4-2x)^{0,5}$$

$$2 - 1,5x = 0 \quad | +1,5x$$

$$1,5x = 2 \quad | :1,5$$

$$x = 4/3, f_{(4/3)} = 0,5 * 4/3 * \sqrt{4 - 2 * 4/3} = 0,77$$

$$f''_{(4/3)} = \frac{1,5 * 4/3 - 4}{(4 - 2 * 4/3)^{1,5}} < 0 \rightarrow \text{Hochpunkt}(4/3|0,77)$$

Wendepunkte:

$$\frac{1,5x - 4}{(4 - 2x)^{1,5}} = 0 \quad | * (4 - 2x)^{1,5}$$

$$1,5x - 4 = 0 \quad | +4$$

$$1,5x = 4 \quad | :1,5$$

$x = 8/3 \rightarrow$ außerhalb des Definitionsbereiches \rightarrow **keine Wendepunkte**

Graph:

