

Kurven Aufgabe 103

Ein Hersteller arbeitet mit einer Kostenfunktion 3. Grades. Er hat Fixkosten von 720 €, durchschnittliche variable Kosten von 50 € bei einer produzierten Menge von 100 Stück, Grenzkosten von 48,03 € bei einem Stück und Durchschnittskosten für 20 Stück von 70 €. Sein Erlös beträgt 53 €/Stück.

- a) Bei welcher Menge liegt sein Betriebsminimum?
 b) Wie hoch ist sein maximaler Gewinn?

a)

$$K(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$K'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$$k(x) = \frac{K(x)}{x} = \frac{ax^3 + bx^2 + cx + d}{x} = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x}$$

$$k_{v(x)} = \frac{K_{v(x)}}{x} = \frac{ax^3 + bx^2 + cx}{x} = ax^2 + bx + c$$

$$K(0) = 720 \rightarrow d = 720$$

$$k_{v(100)} = 50$$

$$a * 100^2 + b * 100 + c = 50$$

$$10\,000a + 100b + c = 50 \quad (1)$$

$$K'(1) = 48,03$$

$$3a + 2b + c = 48,03 \quad (2)$$

$$k_{(20)} = 70$$

$$a * 20^2 + b * 20 + c + \frac{720}{20} = 70$$

$$400a + 20b + c = 34 \quad (3)$$

$$(2) * (-1) + (3)$$

$$|- 3a - 2b - c = - 48,03|$$

$$|400a + 20b + c = 34 |$$

$$\hline 397a + 18b = - 14,03 \quad (4)$$

$$(2) * (-1) + (1)$$

$$\begin{array}{l} |- 3a - 2b - c = - 48,03| \\ |10\,000a + 100b + c = 50| \end{array}$$

$$\hline 9\,997a + 98b = 1,97 \quad (5)$$

$$(4) * (-98) + (5) * 18$$

$$\begin{array}{l} |- 38\,906a - 1\,764b = 1\,374,94| \\ |179\,946a + 1\,764b = 35,46 \quad | \end{array}$$

$$\hline 141\,040a = 1\,410,4 \quad | :141\,040$$

$$a = 0,01$$

a in (4) eingesetzt:

$$397 * 0,01 + 18b = - 14,03$$

$$3,97 + 18b = - 14,03 \quad | -3,97$$

$$18b = - 18 \quad | :18$$

$$b = -1$$

a und b in (3) eingesetzt:

$$3 * 0,01 + 2 * (-1) + c = 48,03$$

$$0,03 - 2 + c = 48,03 \quad | +1,97$$

$$c = 50$$

$$K(x) = 0,01x^3 - x^2 + 50x + 720$$

Betriebsminimum:

$$k_{v(x)} = 0,01x^2 - x + 50$$

$$k'_{v(x)} = 0,02x - 1$$

$$k''_{v(x)} = 0,02 > 0 \rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$0,02x - 1 = 0 \quad | +1$$

$$0,02x = 1 \quad | :0,02$$

$$\mathbf{x = 50 \text{ ME}}$$

b)

$$G(x) = 53x - (0,01x^3 - x^2 + 50x + 720)$$

$$G(x) = -0,01x^3 + x^2 + 3x - 720$$

$$G'(x) = -0,03x^2 + 2x + 3$$

$$G''(x) = -0,06x + 2$$

$$-0,03x^2 + 2x + 3 = 0$$

A, B, C - Formel:

$$A = -0,03, B = 2, C = 3$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - (4 \cdot (-0,03) \cdot 3)}}{2 \cdot (-0,03)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4,36}}{-0,06}$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm 2,08}{-0,06}$$

$$x_1 = 68, \mathbf{G(68) = -0,01 \cdot 68^3 + 68^2 + 3 \cdot 68 - 720 = 963,7 \text{ GE}}$$

$x_2 = -1,3$ keine Lösung

