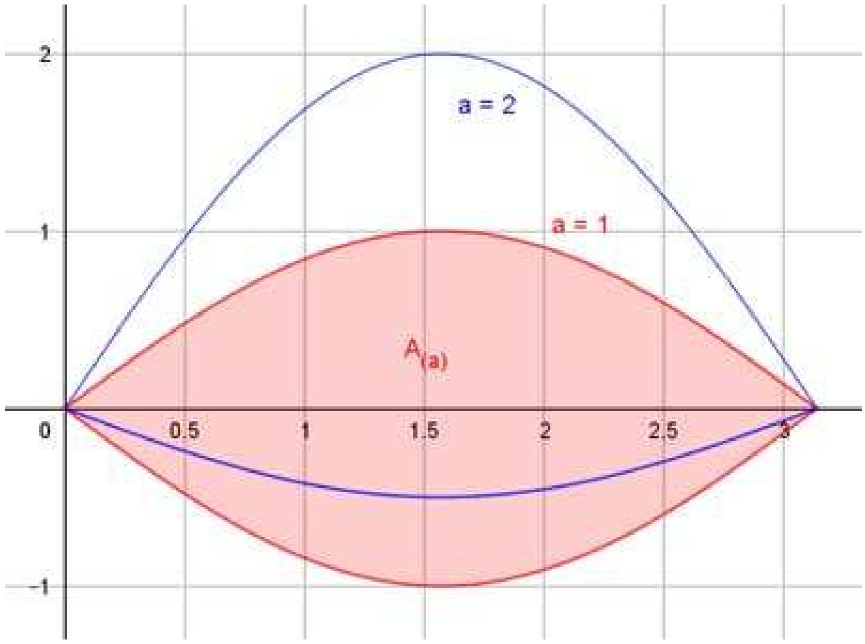
Integral Aufgabe 209

Berechnen Sie den minimalen Flächeninhalt $A_{(a)}$, der von $f_{(x)} = a * \sin x$ und $g_{(x)} = -(1/a) * \sin x$ für x aus (0|π) begrenzt wird.



Nullstellen:

$a * \sin x$ und $-\frac{1}{a} * \sin x$ haben für x aus (0|π) Nullstellen bei x = 0 und

x = π mit a ≠ 0

Die Nullstellen entsprechen den Schnittpunkten von $f_{(x)}$ und $g_{(x)}$.

$f_{(x)} - g_{(x)}$

$$a * \sin x - \left(-\frac{1}{a} * \sin x\right) = \left(a + \frac{1}{a}\right) * \sin x$$

$$A_{(a)} = \int_0^{\pi}\left(\left(a+\frac{1}{a}\right)\sin x\right)dx = \left|-\left(a+\frac{1}{a}\right)\cos x\right|_0^{\pi}$$

$$A_{(a)} = \left|a + \frac{1}{a} - \left(-a - \frac{1}{a}\right)\right|$$

$$A_{(a)} = 2a + \frac{2}{a}$$

$$A'_{(a)} = 2 - \frac{2}{a^2}$$

$$2 - \frac{2}{a^2} = 0 \quad |\cdot a^2$$

$$2a^2 - 2 = 0 \quad |+2$$

$$2a^2 = 2 \quad |:2$$

$$a^2 = 1 \quad |\sqrt{\ }$$

$$a_{1,2} = \pm 1$$

$$A''_{(a)} = \frac{4}{a^3}$$

$$A''_{(1)} = 4 > 0 \text{ --> Minimum}$$

$$A''_{(-1)} = -4 < 0 \text{ --> Maximum}$$

$$\mathbf{A_{(1)} =} 2 * 1 + \frac{2}{1^2} = \mathbf{4}$$