

Integral Aufgabe 181

Berechnen Sie den Flächeninhalt A, der von $f(x) = x^3$, der Normalen durch $P(1|1)$ auf $f(x)$ und der x-Achse begrenzt wird.

$$y_{\text{Normale}} = m_{\text{Normale}} \cdot x + b$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$f'(1) = 3 = m_{\text{Tangente}}$$

$$m_{\text{Normale}} = \frac{-1}{m_{\text{Tangente}}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

Punktkoordinaten von P eingesetzt:

$$1 = -\frac{1}{3} \cdot 1 + b \quad | + \frac{1}{3}$$

$$b = \frac{4}{3}$$

$$y_{\text{Normale}} = -\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$$

Nullstelle für y_{Normale} :

$$-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \quad | \cdot 3$$

$$-x + 4 = 3 \quad | +x$$

$$x = 1$$

$$A = \int_0^1 (x^3) dx + \int_1^4 \left(-\frac{1}{3}x + \frac{4}{3}\right) dx$$

$$A = \left| \frac{x^4}{4} \right|_0^1 + \left| -\frac{x^2}{6} + \frac{4}{3}x \right|_1^4$$

$$\mathbf{A = |0,25| + |2,67 - (1,17)| = 1,75}$$

Alternativrechnung:

$$A = \int_0^1 (x^3) dx + \text{Dreieck}$$

$$A = 0,25 + \frac{1 * 3}{2} = \mathbf{1,75}$$

