

Integral Aufgabe 171

Wie groß ist a , wenn der Graph von $f(x) = -\frac{1}{a}x^2 + a$, begrenzt durch die positive x - und die y -Achse, eine Fläche von $\frac{4}{3}$ FE einschließen soll?

Scheitelpunkt:

$$f(x) = -\frac{1}{a}x^2 + a \quad \text{die Funktion ist achsensymmetrisch, } a \neq 0$$

$f(0) = a \rightarrow a$ muss > 0 sein, weil dann bei der nach unten geöffneten

Parabel der Scheitelpunkt $(0, a)$ oberhalb der x -Achse liegt.

Nullstellen:

$$-\frac{1}{a}x^2 + a = 0 \quad | \cdot (-a)$$

$$x^2 - a^2 = 0 \quad | +a^2$$

$$x^2 = a^2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$x_{1,2} = \pm a$$

$$\int_0^a \left(-\frac{1}{a}x^2 + a\right) dx = \frac{4}{3}$$

$$\left| -\frac{x^3}{3a} + ax \right|_0^a = \frac{4}{3}$$

$$\left| -\frac{a^3}{3} + a^2 \right| = \frac{4}{3} \quad | \cdot 3$$

$$|-2a^2| = 4$$

$$2a^2 = 4 \quad | :2$$

$$a^2 = 2 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$a_{1,2} = \pm \sqrt{2}$$

$$\mathbf{a = \sqrt{2}}$$

