

Integral Aufgabe 137

Berechnen Sie den Flächeninhalt A zwischen $f(x) = \ln x$ und $g(x) = x^2 - e^2$ von $x = 1$ bis $x = e$.

Schnittpunkte:

$$f(x) = g(x)$$

$$\ln x = x^2 - e^2 \quad | -x^2 + e^2$$

$$\ln x - x^2 + e^2 = 0$$

Newton-Verfahren: Abgelesen $x_0 = 2,9$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} - 2x$$

$$x_1 = 2,9 - \frac{\ln 2,9 - 2,9^2 + e^2}{\frac{1}{2,9} - 2 * 2,9} = 2,9 - (-0,008) = 2,91 \text{ außerhalb des}$$

Intervalls

$$f(x) - g(x) = \ln x - (x^2 - e^2) = \ln x - x^2 + e^2$$

$$\int \ln x \, dx$$

Partielle Integration:

$$\ln x = u$$

$$u' = \frac{1}{x} \rightarrow v' = 1 \rightarrow v = x$$

$$\int \ln x \, dx = \ln x * x - \int \left(\frac{1}{x} * x\right) dx$$

$$\int \ln x \, dx = \ln x * x - x = x * (\ln x - 1)$$

$$A = \int_1^e (\ln x - x^2 + e^2) dx$$

$$A = \left| x \cdot (\ln x - 1) - \frac{x^3}{3} + e^2 \cdot x \right|_1$$

$$A = |0 - 6,695 + 20,085 - (-1 - 0,33 + 7,389)| = |7,33|$$

$$A = 7,33$$

