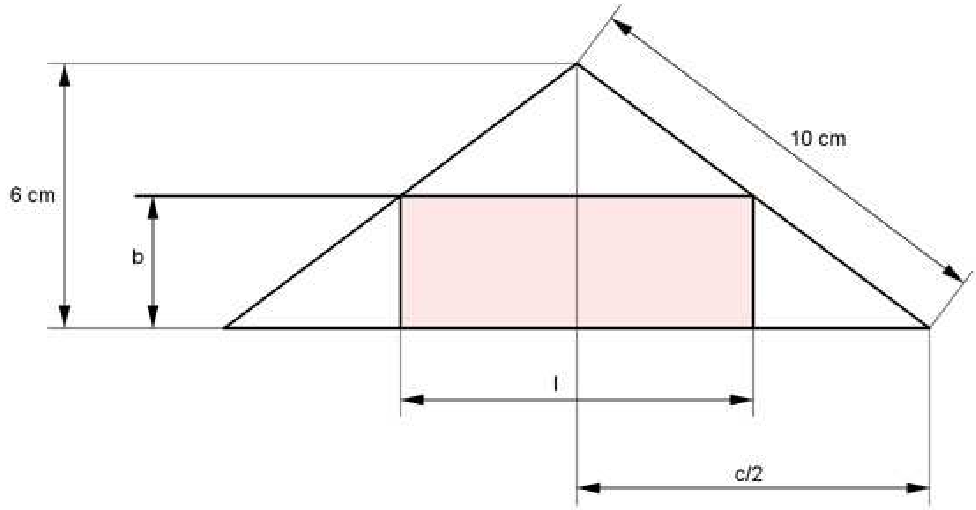
Extrem Aufgabe 7

Wie groß ist die Länge l des größtmöglichen Rechtecks, das einem gleichschenkligen Dreieck mit der Schenkellänge 10 cm und einer Höhe von 6 cm einbeschrieben wird?



Hauptbedingung: $A = l * b \quad 0 < l < c$

Satz von Pythagoras:

$10^2\ cm^2 = 6^2\ cm^2 + (c/2)^2 \mid -6^2$

$64 = c^2/4 \mid *4$

$c^2 = 256 \mid \sqrt{}$

$c = 16$ cm

Nebenbedingung:

Strahlensatz:

$$\frac{l}{16} = \frac{6 - b}{6} \mid *6$$

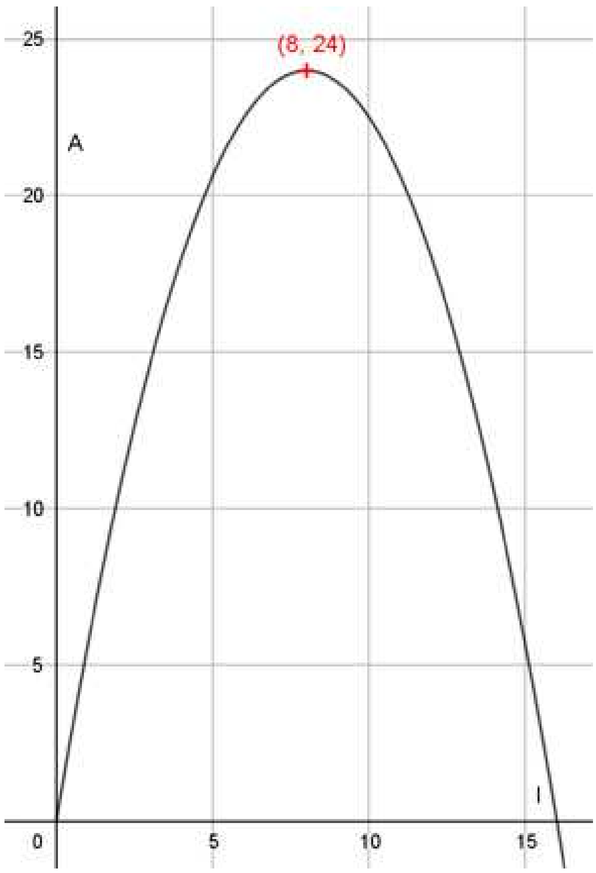
$$\frac{6 * l}{16} = 6 - b \mid +b$$

$$b + \frac{6 * l}{16} = 6 \mid - \frac{6 * l}{16}$$

$$b = 6 - \frac{6 * l}{16} = 6 * (1 - \frac{l}{16})$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(l)} = l * 6\,(1 - \frac{l}{16}) = 6\,(l - \frac{l^2}{16}) \qquad 0 < l < c$$



$$A'_{(l)} = 6 - \frac{3l}{4}$$

$$6 - \frac{3l}{4}) = 0 \quad |+ \frac{3l}{4}$$

$$6 = \frac{3l}{4} \quad | * 4$$

$$24 = 3l \quad | :3$$

$l = 8$ cm

$$b = 6 * \left(1 - \frac{8}{16}\right) = 6 * \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 3 \text{ cm}$$

$$A''_{(g)} = - \frac{3}{4} < 0 \text{ --> Maximum}$$

A = 8 cm * 3 cm = 24 cm² (absolutes Maximum)