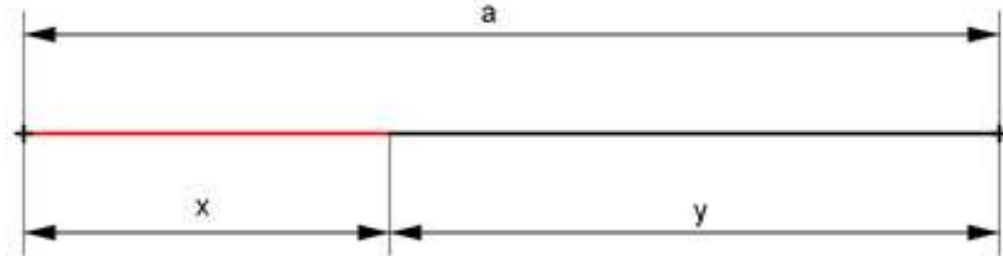


Extrem Aufgabe 55

Wie groß ist der kleinere Teil x einer Strecke a , wenn die Summe aus dem Quadrat der größeren Teilstrecke und dem doppelten Quadrat der kleineren am kleinsten sein soll?



Zielfunktion:

$$S = y^2 + 2 * x^2 \quad 0 < x < a$$

Nebenbedingung:

$$a = x + y \quad | -x$$

$$y = a - x$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$S_{(x)} = (a - x)^2 + 2 * x^2$$

$$S_{(x)} = a^2 - 2ax + x^2 + 2x^2$$

$$S_{(x)} = 3x^2 - 2ax + a^2$$

$$S'_{(x)} = 6x - 2a$$

$$6x - 2a = 0 \quad | +2a$$

$$6x = 2a \quad | :6$$

$$x = \frac{a}{3}$$

$$y = a - \frac{a}{3}$$

$$y = \frac{2}{3} * a$$

$$S''(x) = 6 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$S_{(a/3)} = 2 * \left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3} * a\right)^2 = \frac{2a^2}{9} + \frac{4a^2}{9} = \frac{2}{3} a^2 \text{ absolutes Minimum,}$$

weil

$$S_{(0)} = 2 * 0^2 + (a - 0)^2 = a^2 > \frac{2}{3} a^2$$

$$S_{(a)} = 2 * a^2 + (a - a)^2 = 2a^2 > \frac{2}{3} a^2$$