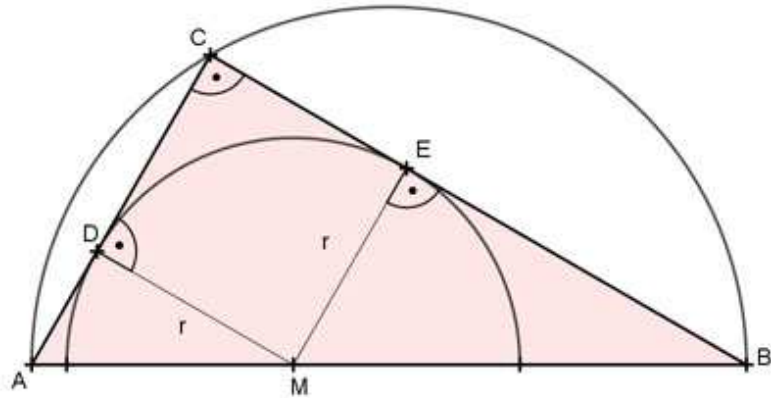


### Extrem Aufgabe 53

Wie groß ist der minimale Flächeninhalt  $A$  des rechtwinkligen Dreiecks, das um den Halbkreis mit dem Radius  $r$  gezeichnet wird?



Zielfunktion:

$$A = \frac{AC * BC}{2}$$

Nebenbedingung:

Strahlensatz:

$$\frac{r}{BC} = \frac{AC - r}{AC}$$

Über Kreuz multipliziert:

$$r * AC = BC * (AC - r) \quad | : (AC - r)$$

$$BC = \frac{r * AC}{AC - r}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(AC)} = \frac{AC * \frac{r * AC}{AC - r}}{2} = \frac{AC^2 * r}{2 * (AC - r)} \quad r < AC < \infty$$

Qotientenregel:

$$u' = 2 * r * AC$$

$$v' = 2$$

$$A'_{(AC)} = \frac{2 * r * AC * 2 * (AC - r) - 2 * AC^2 * r}{4 * (AC - r)^2}$$

$$A'_{(AC)} = \frac{2 * r * (AC)^2 - 2(AC)r^2 - (AC)^2 * r}{2 * (AC - r)^2} = \frac{(AC)^2r - 2(AC)r^2}{2(AC - r)^2}$$

$$\frac{(AC)^2r - 2(AC)r^2}{2(AC - r)^2} = 0 \quad | *2(AC - r)^2$$

$$(AC)^2r - 2(AC)r^2 = 0$$

$$(AC)r * (AC - 2r)$$

$$(AC) * r = 0 \quad | :r$$

$$AC_1 = 0 \text{ keine Lösung}$$

$$AC - 2r = 0 \quad | +2r$$

$$AC_2 = 2r$$

$$BC = \frac{r * 2r}{2r - r} = 2r$$

Zur Beurteilung, ob  $A''_{(AC)} >$  oder  $< 0$  : (Begründung siehe Kurvendiskussion Aufgabe 105)

$$u' = 2(AC)r - 2r^2$$

$$A''_{(AC)} = \frac{2(AC)r - 2r^2}{2(AC - r)^2}$$

$$A''_{(2r)} = \frac{2 * 2r * r - 2r^2}{2(AC - r)^2} = > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$A_{(2r)} = \frac{2r * 2r}{2} = 2r^2 \text{ absolutes Minimum, weil}$$

$$A_{(r)} = \frac{r^2 * r}{2 * (r - r)} \rightarrow \infty > 2r^2$$

$$A_{(\infty)} = \frac{\infty^2 * r}{2 * (\infty - r)} \rightarrow \infty > 2r^2$$