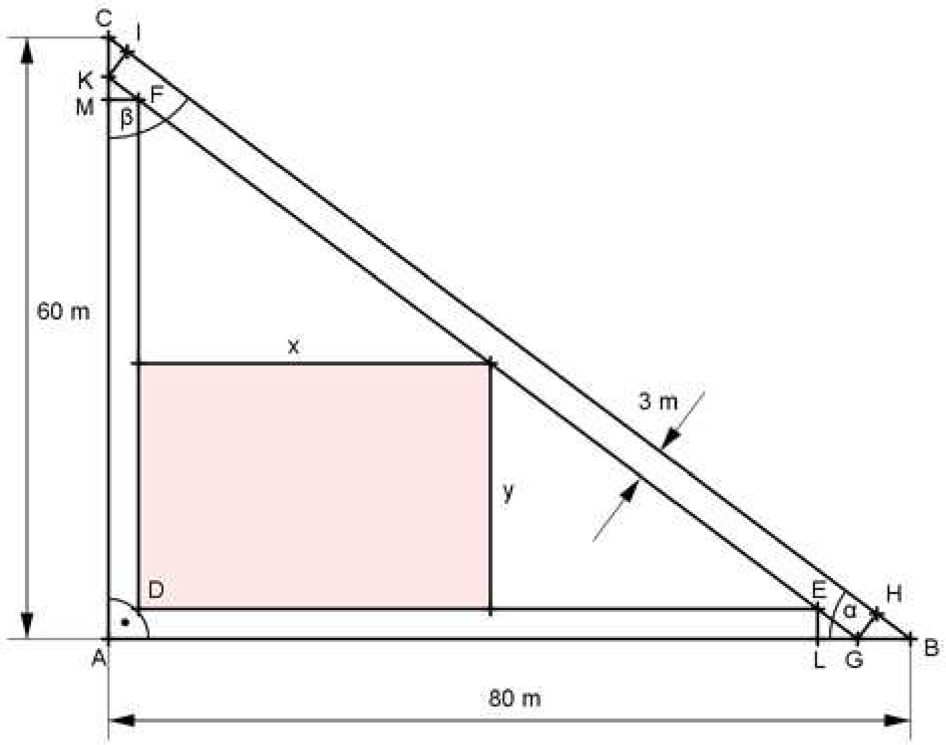
Extrem Aufgabe 43

Wie groß ist die maximale Fläche A des eingefügten Rechtecks, wenn der Abstand zu den Begrenzungen 3 m betragen soll?



Zielfunktion:

$A = x * y$

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC:

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 80^2\ m^2 + 60^2\ m^2 = 10\,000\ m^2 \quad |\sqrt{}$

$BC = 100\ m$

$DE = AB - 3\ cm - GB - LG$

$DF = AC - 3\ cm - CK - KM$

Dreieck GBH ist ähnlich dem Dreieck ABC (3 gleiche Winkel):

$$\frac{GB}{BC} = \frac{GH}{AC} \quad | * BC$$

$$GB = \frac{GH * BC}{AC} = \frac{3\ m * 100\ m}{60\ m} = 5\ m$$

Dreieck LGE ist ähnlich dem Dreieck ABC (3 gleiche Winkel):

$$\frac{LG}{AB} = \frac{LE}{AC} \quad | * AB$$

$$LG = \frac{LE * AB}{AC} = \frac{3\ m * 80\ m}{60\ m} = 4\ m$$

$DE = 80\ m - 3\ m - 5\ m - 4\ m = 68\ cm$

Dreieck KIC ist ähnlich dem Dreieck ABC (3 gleiche Winkel):

$$\frac{CK}{BC} = \frac{IK}{AB} \quad | * BC$$

$$CK = \frac{IK * BC}{AB} = \frac{3\ m * 100\ m}{80\ m} = 3{,}75\ m$$

Dreieck MFK ist ähnlich dem Dreieck ABC (3 gleiche Winkel):

$$\frac{KM}{AC} = \frac{MF}{AB} \quad | * AC$$

$$KM = \frac{MF * AC}{AB} = \frac{3\ m * 60\ m}{80\ m} = 2{,}25\ m$$

$DF = 60\ m - 3\ m - 3{,}75\ m - 2{,}25\ m = 51\ m$

Nebenbedingung:

Satz von Pythagoras im Dreieck DEF:

$EF^2 = DE^2 + DF^2$

$EF^2 = 68^2\ m^2 + 51^2\ m^2 = 7\,225\ m^2 \ |\sqrt{\ }$

$DE = 85\ m$

Nebenbedingung:

Strahlensatz:

$$\frac{x}{68} = \frac{51 - y}{51}$$

Über Kreuz multipliziert:

$x * 51 = 68 * (51 - y) \mid :51$

$$x = \frac{68 * (51 - y)}{51} = 68 - 1{,}33y$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$A_{(y)} = (68 - 1{,}33y) * y = 68y - 1{,}33y^2 \qquad 0 < y < 51$

$A'_{(y)} = 68 - 2{,}66y$

$68 - 2{,}66y = 0 \mid + 2{,}66y$

$2{,}66y = 68 \mid :2{,}66$

$y = 25{,}56$ m

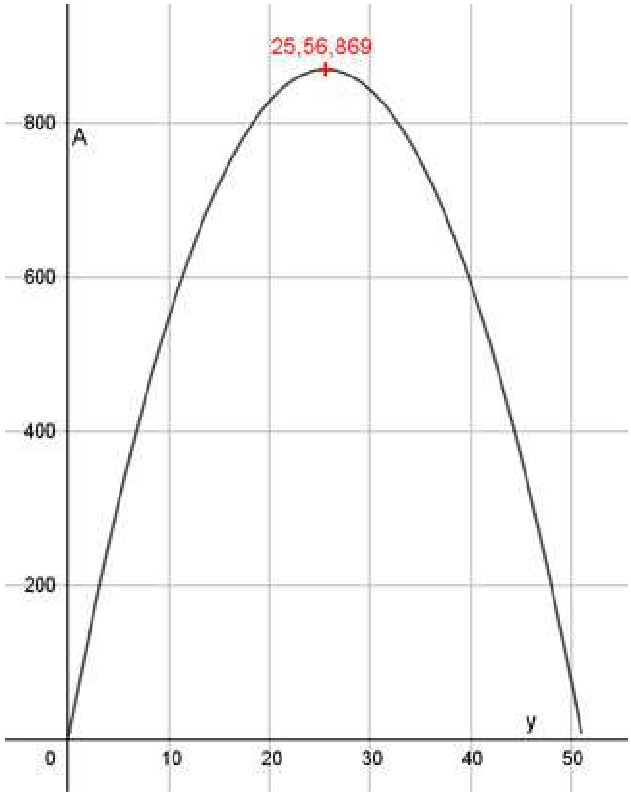
$x = (68 - 1{,}33 * 25{,}56)$ m $= 34$ m

$A''_{(y)} = - 2{,}66 < 0$ --> Maximum

$A_{(25,56)}$ = $25{,}56$ m $* 34$ m = **869 m²** absolutes Maximum, weil

$A_{(0)} = 34$ m $* 0$ m $= 0$ m² < 869 m²

$A_{(51)} = (68 - 1{,}333 * 51) * 51$ m² $= 0$ m² gerundet < 869 m²



25,56,869
800
A
600
400
200
y
0
10
20
30
40
50