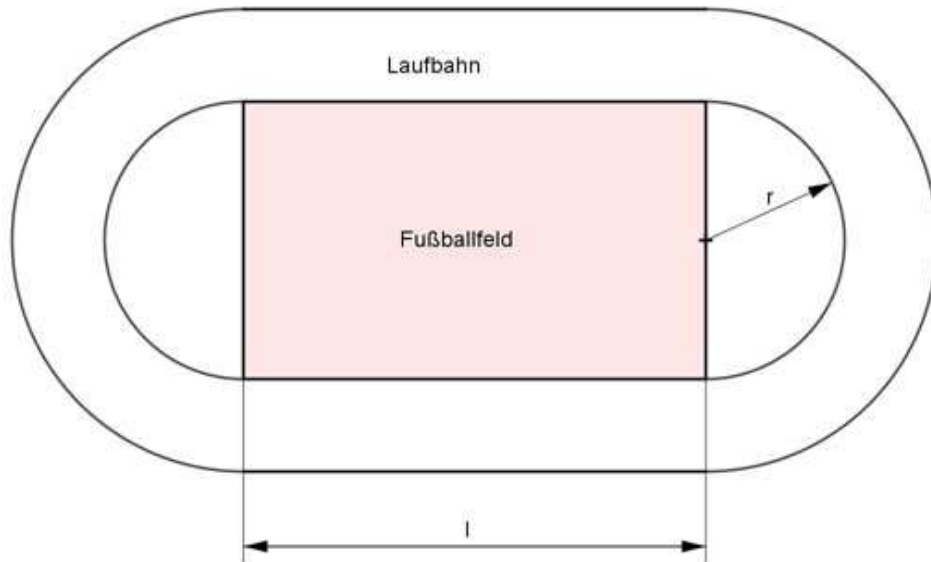


Extrem Aufgabe 29

Die Stadionfläche ohne Laufbahn habe einen Umfang $U = 400$ m. Welche Länge l muss das rechteckige Fußballfeld haben, damit es am größten wird?



Zielfunktion:

$$A = l * 2r$$

Nebenbedingung:

$$400 = 2 * l + 2 * r * \pi \quad | -2l$$

$$400 - 2l = 2r\pi \quad | :2\pi$$

$$r = \frac{400 - 2l}{2\pi}$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(l)} = \frac{l * 2 * (400 - 2l)}{2\pi} = \frac{400l - 2l^2}{\pi}$$

$$0 < l < 200 \text{ für } r \rightarrow 0$$

$$A'_{(l)} = \frac{400 - 4l}{\pi}$$

$$400 - 4 * l = 0 \quad | +4l$$

$$400 = 4l \quad | :4$$

$$l = 100 \text{ m}$$

$$r = \frac{400 - 2 * 100}{2 * \pi} = 31,85 \text{ m}$$

$$A''(l) = \frac{-4}{\pi} < 0 \quad \text{--> Maximum}$$

$$A_{(100)} = \frac{400 * 100 - 2 * 100^2}{\pi} = 6\,366 \text{ m}^2 \text{ absolutes Maximum, weil}$$

$$A_{(0)} = \frac{400 * 0 - 2 * 0^2}{\pi} = 0 < 6\,366 \text{ m}^2$$

$$A_{(200)} = \frac{400 * 200 - 2 * 200^2}{\pi} = 0 < 6\,366 \text{ m}^2$$

