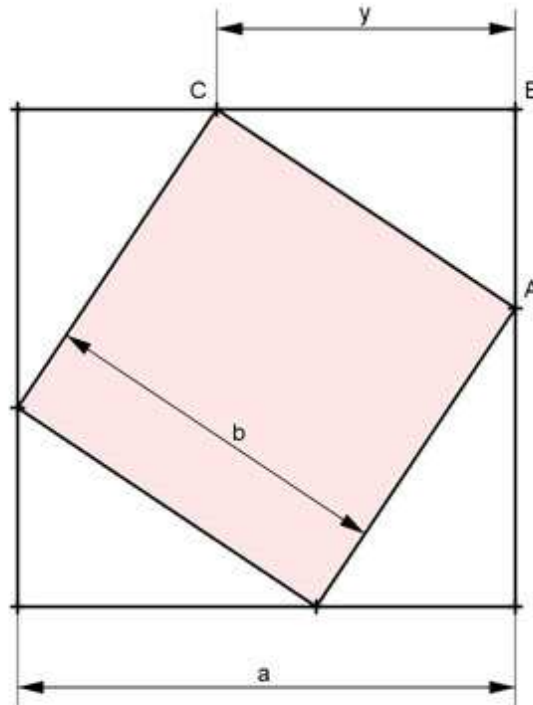


Extrem Aufgabe 27

In das Quadrat mit der bekannten Seite a ist ein Quadrat eingeschrieben. Wie lang ist dessen Seite b , wenn sein Flächeninhalt A minimal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = b^2$$

Nebenbedingung:

Satz von Pythagoras im Dreieck ABC : $0 < y < a$

$$b^2 = y^2 + (a - y)^2$$

$$b^2 = y^2 + a^2 - 2ay + y^2 = 2y^2 - 2ay + a^2$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(y)} = 2y^2 - 2ay + a^2$$

$$A'_{(y)} = 4y - 2a$$

$$4y - 2a = 0 \quad | +2a$$

$$4y = 2a \quad | :4$$

$$y = 0,5 * a$$

$$b^2 = 2 * (0,5a)^2 - 2 * a * (0,5a) + a^2 = 0,5a^2 - a^2 + a^2 = \frac{a^2}{2} \quad | \sqrt{\quad}$$

$$b = \frac{a}{2} * \sqrt{2}$$

$$A''(y) = 4 > 0 \rightarrow \text{Minimum}$$

$$A_{(a/2 * \sqrt{2})} = \frac{a^2}{2} \rightarrow \text{absolutes Minimum, weil}$$

$$A_{(0)} = 2 * 0^2 - 2 * a * 0 + a^2 = a^2 > a^2/2$$

$$A_{(a)} = 2 * a^2 - 2 * a * a + a^2 = a^2 > a^2/2$$