

Extrem Aufgabe 19

Wie groß ist bei gegebenem Umfang U die längere Seite a eines Rechtecks, wenn sein Flächeninhalt A maximal sein soll?

Zielfunktion:

$$A = a * b$$

$$\text{Nebenbedingung: } 0 < a < U/2$$

$$U = 2 * a + 2 * b \quad | -2 * a$$

$$U - 2 * a = 2 * b \quad | :2$$

$$\frac{U}{2} - a = b$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A_{(a)} = a * \left(\frac{U}{2} - a \right) = a * \frac{U}{2} - a^2$$

$$A'_{(a)} = \frac{U}{2} - 2a$$

$$\frac{U}{2} - 2a = 0 \quad | +2a$$

$$2a = \frac{U}{2} \quad | :2$$

$$a = \frac{U}{4}$$

$$b = \frac{U}{2} - \frac{U}{4} = \frac{U}{4} \quad \text{--> Das größte Rechteck ist ein Quadrat.}$$

$$A''_{(a)} = -2 < 0 \quad \text{--> Maximum}$$

$$A_{(a)} = \frac{U}{4} * \frac{U}{4} = \frac{U^2}{16} \text{ absolutes Maximum, weil}$$

$$A_{(0)} = 0 * \frac{U}{2} - 0^2 = 0 < \frac{U^2}{16}$$

$$A_{(U/2)} = \frac{U}{2} * \frac{U}{2} - \left(\frac{U}{2}\right)^2 = 0 < \frac{U^2}{16}$$