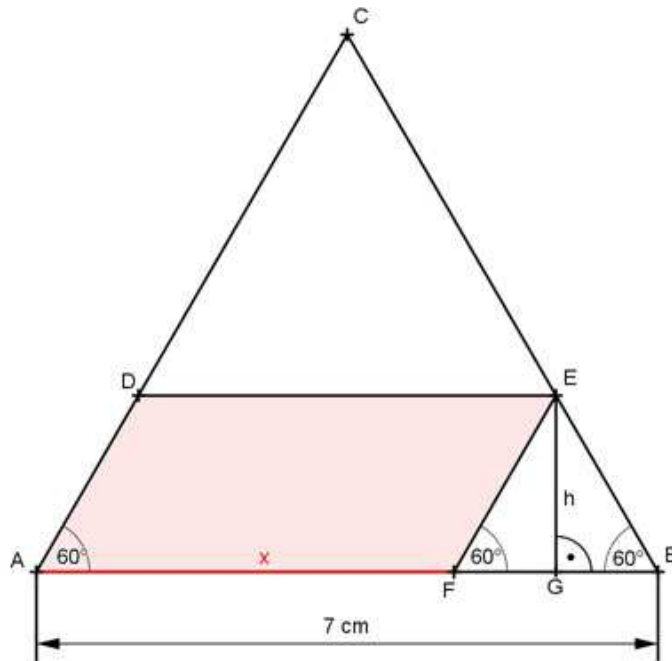


Extrem Aufgabe 15

Wie groß ist die Seite x des in das gleichseitige Dreieck eingeschriebenen Parallelogramms, wenn dessen Flächeninhalt A maximal sein soll?



Zielfunktion:

$$A = x * h$$

Nebenbedingung:

Das Dreieck DEC ist gleichseitig mit den Seiten $DE = EC = DC = x\text{ cm}$.
 Das Dreieck FBE ist gleichseitig mit den Seiten $FB = BE = FE = (7 - x)\text{ cm}$.

Im Dreieck FGE gilt:

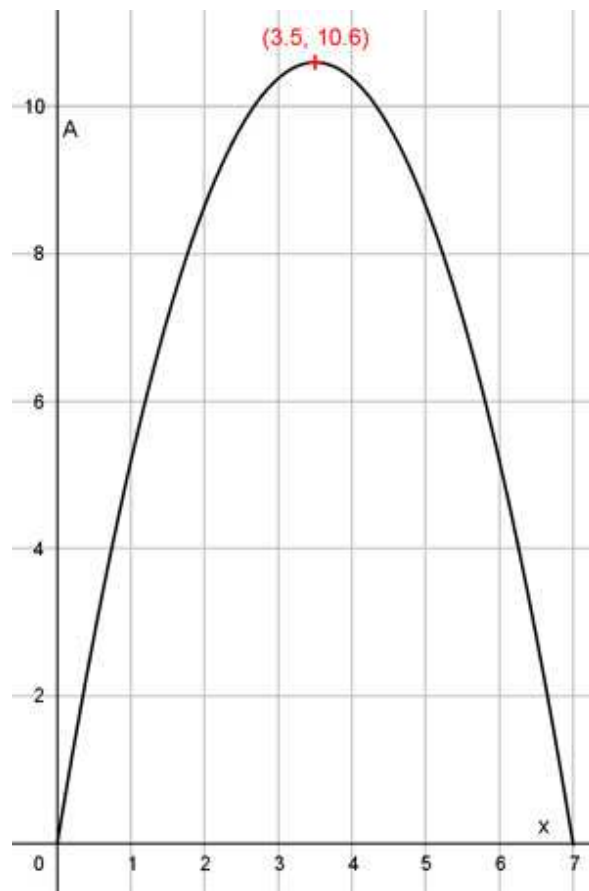
$$\tan 60^\circ = \frac{GE}{FG} = \frac{h}{\frac{7-x}{2}} = \sqrt{3} * \frac{7-x}{2}$$

$$h = \tan 60^\circ * \frac{7-x}{2} = 1,732 * \frac{7-x}{2} = 0,866 * (7-x) = 6,06 - 0,866x$$

In die Zielfunktion eingesetzt:

$$A(x) = x * (6,06 - 0,866 * x) = 6,06x - 0,866x^2 \quad 0 < x < 7\text{ cm}$$

$$A'(x) = 6,06 - 1,732x$$



$$6,06 - 1,732x = 0 \quad | +1,732x$$

$$6,06 = 1,732x \quad | :1,732$$

$$x = 3,5 \text{ cm gerundet}$$

$$h = 6,06 - 0,866 * 3,5 \text{ cm} = 3,03 \text{ cm}$$

$$A''(x) = -0,866 < 0 \rightarrow \text{Maximum}$$

$$A_{(3,5)} = 3,5 \text{ cm} * 3,03 \text{ cm} = 10,6 \text{ cm}^2 \quad \text{absolutes Maximum}$$