Extrem Aufgabe 178

Ein Monopolist berechnet seine Gesamtkosten mit
$K_{(x)} = x^3 - 10x^2 + 56x + 100$ für $0 \leqq x \leqq 10$
Seine Erlösfunktion ist quadratisch und lautet $E_{(x)} = ax^2 + bx$. Sie hat eine Nullstelle bei $x = 12$, und der maximale Erlös beträgt 432 GE.
a) Bei welchem Verkaufspreis erzielt der Hersteller maximalen Gewinn?
b) Welchen maximalen Gewinn erzielt er, wenn die Fixkosten um 50% gesenkt werden und $E_{(x)} = 60x$ ist?

a) Berechnung der Erlösfunktion $E_{(x)}$:

Nullstelle bei $x = 2$ bedeutet:

$0 = a * 12^2 + 12 * b = 144a + 12b \;|- 12b$

$- 12b = 144a \;|:-12$

$b = - 12a$

$E_{(x)} = ax^2 - 12ax$

Der maximale Erlös tritt dann auf, wenn $E'_{(x)} = 0$:

$E'_{(x)} = 2ax + b$

$2ax + b = 0$

$2ax - 12a = 0 \;|+12a$

$2ax = 12a \;| :2a$

$x = 6$

$E_{(6)} = 432$

$432 = a * 6^2 - 12 * 6 * a$

$432 = 36a - 72a = - 36a \;| :36$

$a = - 12$

$b = - 12 * (-12) = 144$

$E_{(x)} = -12x^2 + 144x$

$G_{(x)} = - 12x^2 + 144x - (x^3- 10x^2 + 56x + 100)$

$G_{(x)} = - x^3 - 2x^2 + 88x - 100$

$G'_{(x)} = - 3x^2 - 4x + 88$

$- 3x^2 - 4x + 88 = 0 \ |:2$

A, B, C - Formel

A = - 3 ; B = - 4 ; C = 88

$$x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4*(-3)*88}}{2*(-3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm 32{,}7}{-6}$$

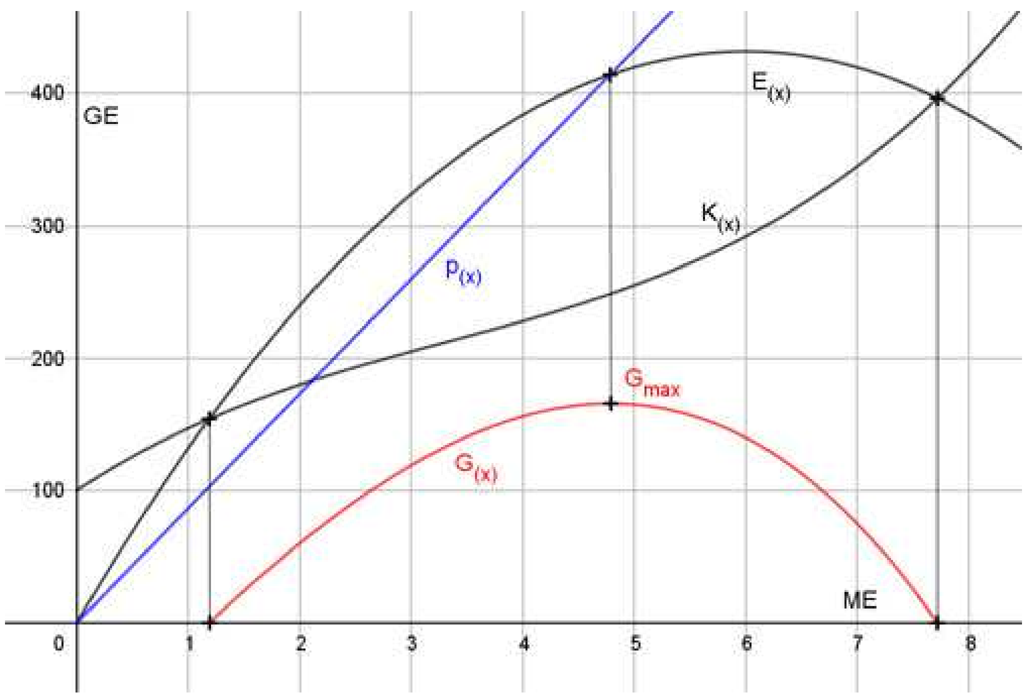
$$x_1 = \frac{36{,}7}{-6} = -6{,}12 \text{ keine Lösung}$$

$$x_2 = \frac{-28{,}7}{-6} = 4{,}78 \text{ ME}$$

$E_{(x)} = p * x$

$- 12 * 4{,}78^2 + 144 * 4{,}78 = p * 4{,}78 \ | :4{,}78$

p = 86,6 GE/ME



b)

50% von 100 GE = 50 GE

$K_{neu(x)} = x^3 - 10x^2 + 56x + 50$

$G_{neu(x)} = 60x - (x^3 - 10x^2 + 56x + 50)$

$G_{neu(x)} = - x^3 + 10x^2 + 4x - 50$

$G'_{neu(x)} = - 3x^2 + 20x + 4$

$- 3x^2 + 20x + 4 = 0$

A, B, C - Formel

A = - 3 ; B = 20 ; C = 4

$$x_{1,2} = \frac{- 20 \pm \sqrt{20^2 - 4*(-3)*4}}{2 * (-3)}$$

$$x_{1,2} = \frac{- 20 \pm 21,2}{- 6}$$

$$x_1 = \frac{1,2}{- 6} = - 0,2 \text{ keine Lösung}$$

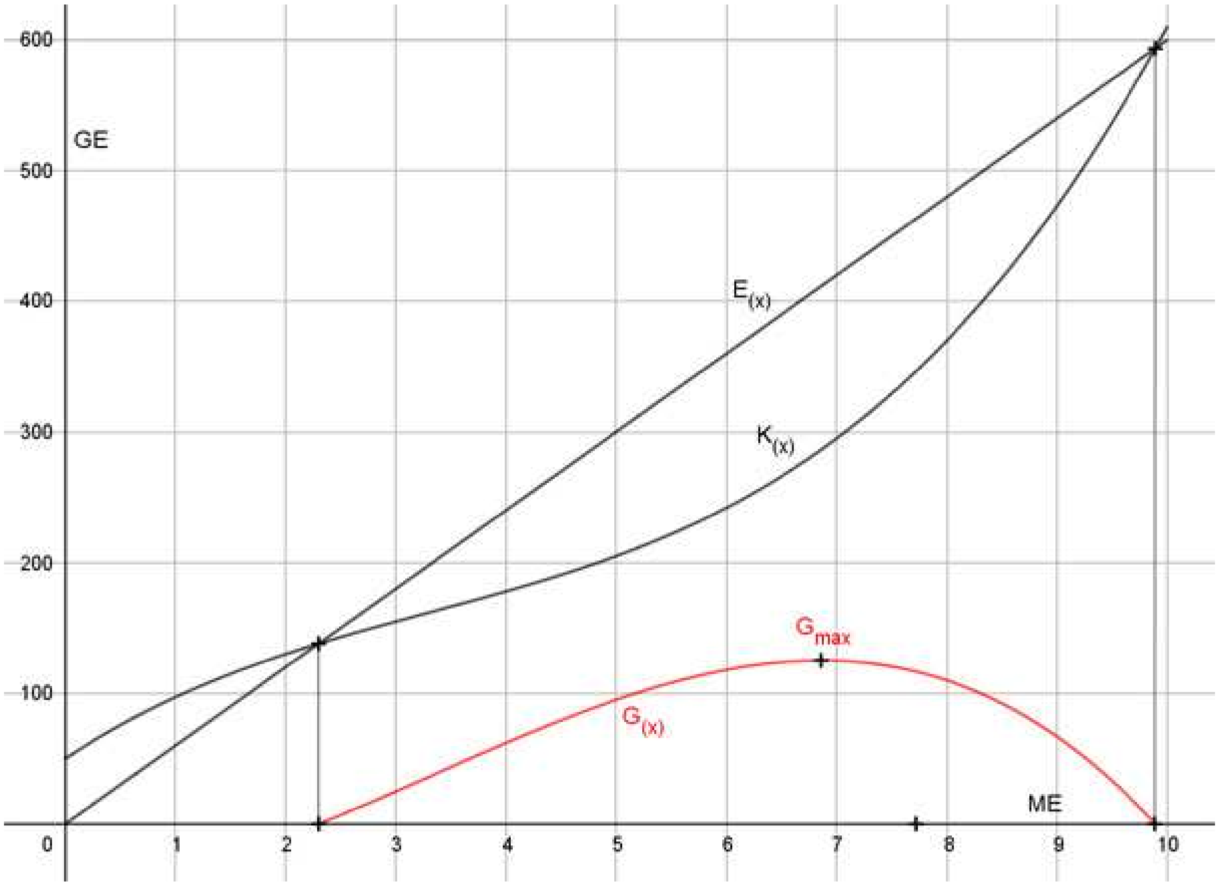
$$x_2 = \frac{- 41,2}{- 6} = 6,87 \text{ ME}$$

$G''_{neu(x)} = - 6x + 20$

$G''_{neu(6,87)} = - 6 * 6,87 + 20 = - 21,22 < 0$ --> Maximum

$G_{(6,87)} = - 6,87^3 + 10 * 6,87^2 + 4 * 6,87 - 50$

$G_{(6,87)}$ = 125,2 GE gerundet


GE
600
500
400
300
200
100
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
ME
$E_{(x)}$
$K_{(x)}$
G_{max}
$G_{(x)}$