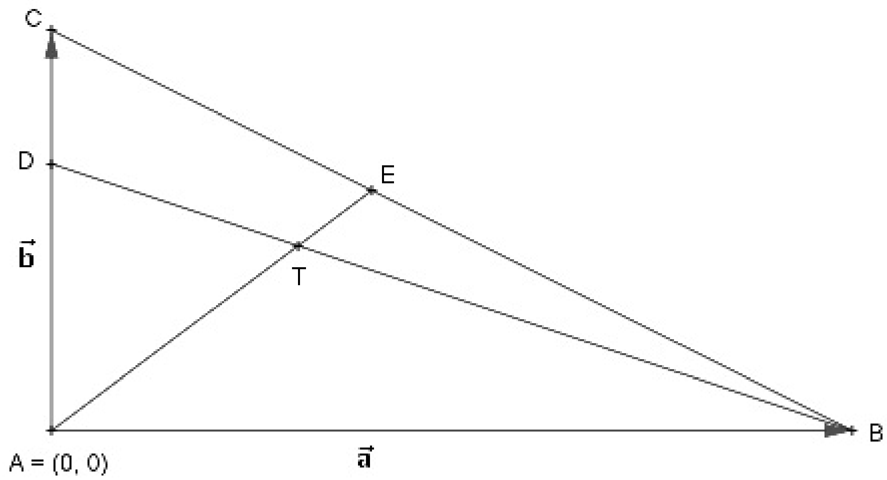
Analytische Geometrie Aufgabe 84

A = (0|0) und die beiden Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AC}$ bilden das Dreieck ABC. $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ und $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$

Wie lauten die Koordinaten des Schnittpunktes T von $\overline{AE}$ und $\overline{BD}$?



Geschlossene Vektorkette:

$$\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB} - \vec{a} = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{AT} = \lambda * \overrightarrow{AE}$$

$$\overrightarrow{AE} = \vec{a} + \frac{3}{5} * \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{5} * \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{3}{5} * \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}6 \\ 1{,}2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{TB} = \mu * \overrightarrow{DB}$$

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{2}{3} * \overrightarrow{AC} + \vec{a} = -\frac{2}{3} * \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix}$$

$$\lambda * \begin{pmatrix} 1{,}6 \\ 1{,}2 \end{pmatrix} + \mu * \begin{pmatrix} 4 \\ -\frac{4}{3} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0} =$$

1,6λ + 4μ - 4 = 0 (1)

$$1{,}2\lambda - \frac{4}{3}\mu = 0 \quad | + \frac{4}{3}\mu$$

$$1{,}2\lambda = \frac{4}{3}\mu \quad | * \frac{3}{4}$$

$\mu = 0{,}9\,\lambda$

Eingesetzt in (1):

$1{,}6\lambda + 3{,}6\lambda - 4 = 0 \quad |+4$

$5{,}2\,\lambda = 4 \quad |:5{,}2$

$$\lambda = \frac{4}{5{,}2} = \frac{40}{52} = \frac{10}{13}$$

$$\mathbf{\overrightarrow{OT}} = \frac{10}{13} * \begin{pmatrix} 1{,}6 \\ 1{,}2 \end{pmatrix} = \mathbf{\frac{1}{13}\begin{pmatrix} 16 \\ 12 \end{pmatrix}}$$