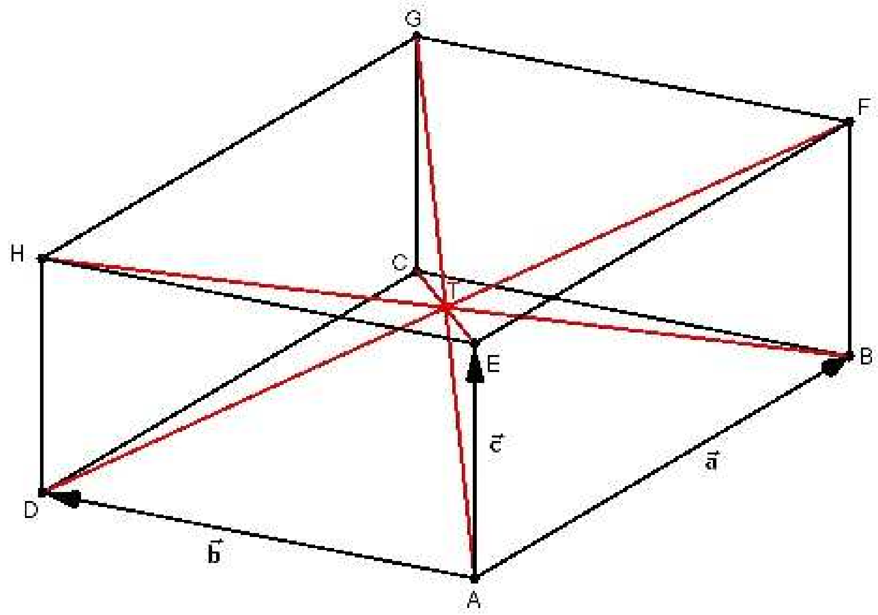
Analytische Geometrie Aufgabe 80

Die Vektoren $\vec{a} = \overrightarrow{AB} = ,\vec{b} = \overrightarrow{AD}$ und $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$ bilden den Quader mit der Grundfläche ABCD und der Deckfläche EFGH.
In welchem Verhältnis teilen sich die Raumdiagonalen?



Wenn sie sich schneiden, ist die Vektorkette

$$\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TB} - \vec{a} = \vec{0}$$

geschlossen, und es existiert eine Lösung für μ und λ.

$$\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$\overrightarrow{HB} = \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$$

$$\overrightarrow{AT} = \lambda * \overrightarrow{AG}$$

$$\overrightarrow{TB} = \mu * \overrightarrow{HB}$$

$$\lambda * \left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right) + \mu * (\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}) - \vec{a} = \vec{0}$$

$\vec{a} * (\lambda + \mu - 1) + \vec{b} * (\lambda - \mu) + \vec{c} * (\lambda - \mu) = \vec{0}$

$\lambda + \mu - 1 = 0$ (1)

$\lambda - \mu = 0 \mid +\mu$

$\lambda = \mu \dashrightarrow \lambda = \frac{1}{2}$

Eingesetzt in (1):

$\mu + \mu - 1 = 0 \mid +1$

$2\mu = 1 \mid :1$

$\mu = \frac{1}{2}$

$$\frac{\overrightarrow{AT}}{\overrightarrow{TG}} = \frac{\lambda * \overrightarrow{AG}}{(1 - \lambda) * \overrightarrow{AG}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{\overrightarrow{TB}}{\overrightarrow{HT}} = \frac{\mu * \overrightarrow{HB}}{(1 - \mu) * \overrightarrow{HB}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{1}$$